
Table ronde

Question

n chevaliers s'asseyent autour d'une table ronde. Au bout d'un certain temps, quelqu'un remarque qu'ils se sont en fait assis selon leur âge : l'aîné à côté du deuxième plus vieux, lui-même à côté du troisième, et ainsi de suite jusqu'au cadet, qui est à côté de l'aîné.

Quelle était la probabilité que cela arrive ?

Réponse

Afin que la question ait un sens, supposons que $n \geq 2$.

Il y a en tout $n!$ façons pour les n chevaliers d'occuper les n places. Il s'agit simplement de compter les configurations dans lesquelles les chevaliers sont assis selon leur âge.

Dans toutes ces configurations, l'aîné des chevaliers A est assis à côté de leur cadet C. Réciproquement, une fois que l'on a choisi deux places côté à côté et que l'on y a placé A et C, il y a une seule façon de placer les $n - 2$ chevaliers en respectant l'ordre. Or, il y a $2n$ façons de placer ainsi A et C (on peut par exemple choisir la place de A [n choix] puis asseoir C à l'une ou l'autre des places voisines [2 choix]).

Il y a donc $2n$ façons de placer les chevaliers selon leur âge, et la probabilité cherchée est

$$P = \frac{2n}{n!} = \frac{2}{(n-1)!}.$$