

# BACCALAURÉAT TECHNOLOGIQUE

**SESSION 2019**

**Série STL – Biotechnologies**

**MATHÉMATIQUES**

**DURÉE : 4 HEURES**

**COEFFICIENT : 4**

*L'USAGE DE TOUT MODÈLE DE CALCULATRICE,  
AVEC OU SANS MODE EXAMEN, EST AUTORISÉ.*

**Ce sujet comporte 6 pages numérotées de la page 1/6 à la page 6/6.**

**La feuille Annexe, page 6, est à numéroté et à rendre avec la copie même non complétée.**

Avant de composer, assurez-vous que l'exemplaire qui vous a été remis est bien complet.

**Une feuille de papier millimétré, fournie avec le sujet, est à rendre avec la copie même non complétée.**

La clarté des raisonnements et la qualité de la rédaction interviendront dans l'appréciation des copies.

Les exercices du sujet sont indépendants et peuvent être traités séparément dans l'ordre choisi par le candidat.

## Exercice 1 (5 points)

Une entreprise fabrique des dés cubiques non pipés pour des jeux de société.

1. La masse  $X$  d'un dé, en grammes, suit la loi normale d'espérance 8 et d'écart type 0,05. On prélève un dé au hasard dans la production.
  - a) Déterminer la probabilité que ce dé ait une masse comprise entre 7,9 grammes et 8,1 grammes. On arrondira à  $10^{-2}$  près.
  - b) Déterminer la probabilité que ce dé ait une masse supérieure à 7,95 grammes. On arrondira à  $10^{-2}$  près.

Maintenant, on colle une étiquette rouge sur l'une des faces d'un dé prélevé et des étiquettes blanches sur les cinq autres.

2. On lance 10 fois ce dé et on note  $Y$  le nombre de faces rouges obtenues.
  - a) Quelle est la loi suivie par la variable aléatoire  $Y$  ? Vous justifierez ce choix tout en précisant ses paramètres.
  - b) Calculer la probabilité d'obtenir exactement trois faces rouges. On arrondira à  $10^{-3}$  près.
  - c) Calculer la probabilité d'obtenir au moins une face rouge. On arrondira à  $10^{-3}$  près.
3. Une personne lance 120 fois ce dé et obtient 29 fois la face rouge. Elle affirme que ce dé est pipé. Son affirmation est-elle justifiée au seuil de 5 % ?

## Exercice 2 (5 points)

Lors d'une expérience de chimie, on mesure le pH de différentes solutions obtenues en mélangeant une solution d'acide acétique et une solution d'acétate de sodium.

On note  $V_A$  et  $V_S$  les volumes respectifs, en mL, de solution d'acide acétique et de solution d'acétate de sodium mélangés pour préparer chaque solution.

Le tableau suivant donne le pH de chaque solution obtenue en fonction du rapport des volumes  $\frac{V_A}{V_S}$ .

Numéro de la solution	N° 1	N°2	N°3	N°4	N°5	N°6
Rapport des volumes $k_i = \frac{V_A}{V_S}$	0,1	0,25	1	2	5	10
pH du mélange $y_i$	3,7	4,1	4,7	5	5,4	5,7

1. Un ajustement affine n'étant pas judicieux, on pose  $x_i = \ln(k_i)$ .

$x_i = \ln(k_i)$	-2,30					
$y_i$	3,7	4,1	4,7	5	5,4	5,7

- a) Expliquer, à l'aide d'au moins une propriété de la fonction  $\ln$ , comment obtenir sans calculatrice la valeur de la case grisée.
  - b) Compléter le tableau sur l'**annexe à rendre avec la copie, page 6**. On arrondira à  $10^{-2}$  près.
2. Représenter sur une feuille de papier millimétré le nuage de points de coordonnées  $(x_i, y_i)$  dans un repère orthonormé d'unité 2 cm.
3. a) Déterminer à l'aide de la calculatrice une équation de la droite  $D$  d'ajustement affine de  $y$  en  $x$  par la méthode des moindres carrés. On arrondira les coefficients à  $10^{-4}$  près.

On considérera pour la suite que la droite  $D$  a pour équation :  $y = 0,43x + 4,70$ .

- b) Tracer la droite  $D$  dans le repère précédent.
4. a) Déterminer graphiquement une estimation du pH lorsque le rapport des volumes  $\frac{V_A}{V_S}$  est égal à 0,5.
- b) Déterminer algébriquement une estimation du pH lorsque le volume d'acétate de sodium est 5 fois plus important que le volume d'acide acétique. On arrondira à  $10^{-2}$  près.
5. Déterminer une estimation, arrondie à l'unité, du rapport des volumes pour lequel le pH du mélange est de 5,3.

### Exercice 3 (5 points)

Un marchand de cycles désirent commercialiser des Vélos à Assistance Electrique (VAE) étudie une enquête donnant le nombre des ventes de ce produit dans une région entre 2014 et 2017. Le résultat de cette enquête est donné dans le tableau ci-dessous :

Année	2014	2015	2016	2017
Nombre de VAE vendus en milliers d'unités	58,6	77,5	102	135

#### PARTIE A

1. Calculer le pourcentage d'augmentation des ventes de VAE entre 2014 et 2015. On arrondira à 0,1 % près.
2. Suite à son étude le commerçant estime que si l'évolution observée entre 2014 et 2015 reste la même sur les dix années à venir, on peut envisager une augmentation des ventes de 32 % par an entre 2017 et 2025.

Suivant ce modèle quel serait le nombre de VAE vendus dans cette région en 2019 ?

#### PARTIE B

Le commerçant a finalement décidé de proposer à la vente un modèle de VAE à partir du 1<sup>er</sup> janvier 2018. En 2018, il a vendu 100 VAE et il estime que le nombre de ventes suivra la même évolution qu'à l'échelon régional, c'est-à-dire une progression de 32 % par an.

1. Quel sera le nombre de VAE vendus en 2025 par le commerçant si son estimation se réalise ?
2. Le bénéfice réalisé par le commerçant pour chaque VAE vendu est de 150 euros en 2018, et augmentera ensuite de 2,5 % chaque année.
  - a) Quel a été le bénéfice réalisé par le commerçant en 2018 sur la vente de ses VAE ?
  - b) Montrer que le bénéfice attendu sur la vente des VAE en 2019 sera de 20 295 euros.
  - c) On modélise par une suite  $v$  les bénéfices attendus sur la vente des VAE par ce commerçant. On appelle  $v_n$  le bénéfice sur la vente des VAE lors de l'année 2018 +  $n$ . On admet que la suite  $v$  est une suite géométrique. Déterminer sa raison.
3. Compléter, sur l'**annexe à rendre avec la copie, page 6**, l'algorithme qui permettra au commerçant de connaître l'année où la somme cumulée des bénéfices attendus sur la vente des VAE depuis janvier 2018 dépassera 300 000 euros.

## Exercice 4 (5 points)

### PARTIE A

La solubilité  $s$  exprimée en pourcentage massique ( $\%m \cdot m^{-1}$ ) du dioxyde de soufre dans l'eau en fonction de la température  $t$  en  $^{\circ}C$  est une solution de l'équation différentielle (E) :  $y'(t) + 0,04y(t) = 0$ .

1. Résoudre l'équation différentielle (E).
2. Sachant que la solubilité à la température  $0^{\circ}C$  est de  $23 \%m \cdot m^{-1}$ , déterminer  $s(t)$ .

### PARTIE B

Dans la suite de l'exercice, on considère que la fonction solubilité  $s$  est définie sur l'intervalle  $[0, +\infty[$  par :

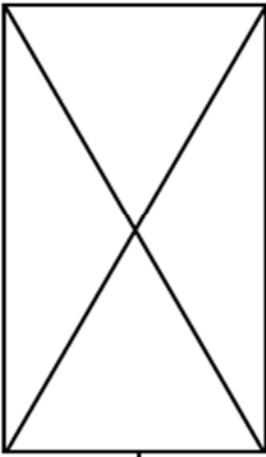
$$s(t) = 23 e^{-0,04t}.$$

On désigne par  $C_s$ , sa courbe représentative dans un repère orthogonal.

1. On admet que  $\lim_{t \rightarrow +\infty} e^{-0,04t} = 0$ . Déterminer la limite de  $s$  en  $+\infty$ .  
Quelle interprétation graphique peut-on donner de cette limite ?
2. Étudier les variations de  $s$  sur l'intervalle  $[0, +\infty[$ .
3. À partir de quelle température, arrondie à l'unité, la solubilité  $s$  du dioxyde de soufre en pourcentage massique sera-t-elle inférieure à 2 ?
4. La valeur moyenne de la fonction  $s$  entre les températures  $a$  et  $b$  est donnée par :

$$\frac{1}{b-a} \int_a^b s(t) dt.$$

Calculer la valeur moyenne de la fonction  $s$ , solubilité du dioxyde de soufre, entre  $10^{\circ}C$  et  $30^{\circ}C$ . On arrondira à  $10^{-1}$ .



**Annexe à numéroté et à remettre avec la copie à la fin de l'épreuve même non complétée**

**(placer à l'intérieur de la copie pour agrafage)**

**Exercice 2 question 1.b).**

Rapport des volumes $k_i = \frac{v_A}{v_S}$	0,1	0,25	1	2	5	10
$x_i = \ln(k_i)$	-2,30					
$y_i$	3,7	4,1	4,7	5	5,4	5,7

**Exercice 3 Partie B question 3.**

A ← 2018
B ← 15 000
S ← 15 000
Tant que ...
A ← ...
B ← ...
S ← ...
Fin Tant que