BACCALAURÉAT TECHNOLOGIQUE

SESSION 2019

Série STD2A

Sciences et Technologies du Design et des Arts Appliqués

MATHÉMATIQUES

ÉPREUVE DU 18 JUIN 2019

DURÉE DE L'ÉPREUVE : 3 heures

COEFFICIENT **:** 2

Le sujet comporte 8 pages numérotées de 1/8 à 8/8

Dès que le sujet vous est remis, assurez-vous qu'il est complet.

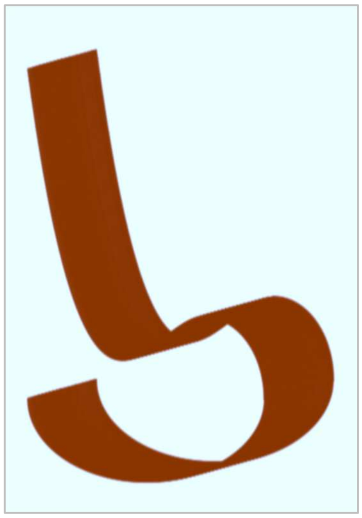
Les annexes 1 et 2 respectivement pages 7 et 8 sont à rendre avec la copie.

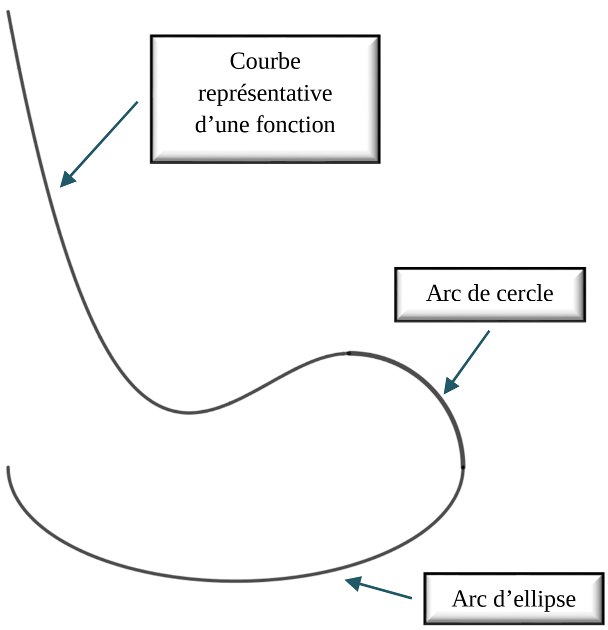
Le candidat doit traiter les 3 exercices.

L'usage de tout modèle de calculatrice avec ou sans mode examen est autorisé.
Le candidat est invité à faire figurer toute trace de recherche, même incomplète ou non fructueuse, qu'il aura développée.
Il est rappelé que la qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies.

Exercice 1 (9 points)

Le mobilier national a présenté en 2017 une exposition intitulée « Sièges en Société, du Roi-Soleil à Marianne » à la galerie des Gobelins.
L'objectif de cet exercice est d'étudier une modélisation mathématique du profil d'un rocking-chair présenté lors de l'exposition.





On envisage pour cette modélisation de raccorder, comme représentés ci-contre, un arc d'ellipse $\mathcal{E}$, un arc de cercle $\mathcal{C}$, et la courbe représentative $\mathcal{L}$ d'une fonction.

On souhaite représenter cette modélisation **dans l'annexe 1 à rendre avec la copie**.
Dans le plan muni d'un repère orthonormé $(O\,;\,\vec{\imath},\,\vec{\jmath})$, on considère les points :

$$A(0;125),\quad B(0;25),\quad C(100;25),\quad D(75;50)\quad \text{et}\quad E(75;25)$$

Partie A : l'arc de cercle $\mathcal{C}$

Une représentation paramétrique de l'arc $\mathcal{C}$ est : $\begin{cases} x &= 75+25\cos t \\ y &= 25+25\sin t \end{cases}$; $t \in \left[0\,;\frac{\pi}{2}\right]$

1. Préciser le centre et le rayon de l'arc de cercle $\mathcal{C}$.

2. Vérifier que le point D appartient à l'arc de cercle $\mathcal{C}$**.**

3. Tracer **sur l'annexe 1 à rendre avec la copie**, l'arc de cercle $\mathcal{C}$.

4. **a.** Tracer, **sur l'annexe 1 à rendre avec la copie**, la tangente $(\boldsymbol{T})$ à cet arc de cercle $\mathcal{C}$, au point D.

b. Quel est le coefficient directeur de la droite $(\boldsymbol{T})$? Expliquez votre réponse sur votre copie.

Partie B : l'arc d'ellipse $\mathcal{E}$

On considère les points $F(50; 0)$ et $F'(50; 50)$. Et on note $(\boldsymbol{E})$ l'ellipse dont les axes sont les segments $[BC]$ et $[FF']$.

1. Déterminer une équation cartésienne de l'ellipse $(\boldsymbol{E})$ **.**

2. L'arc $(\mathcal{E})$ est la demi-ellipse de $(\boldsymbol{E})$ d'extrémités B et C et contenant le point F. Sur **l'annexe 1 à rendre avec la copie**, tracer une esquisse de l'arc $(\mathcal{E})$.

Partie C : La courbe $\mathcal{L}$

La courbe $\mathcal{L}$ est la courbe représentative d'une fonction $\boldsymbol{f}$ définie sur l'intervalle $[0; 75]$ par :

$$\boldsymbol{f(x) = -0,0006x^3 + \mathrm{a}x^2 + \mathrm{b}x + c}\text{ , où } a, b \text{ et } c \text{ sont des réels à déterminer.}$$

On note f' la fonction dérivée de la fonction f

1. On souhaite que la courbe $\mathcal{L}$ passe par le point A. Montrer alors que $\boldsymbol{c = 125}$.

2. Déterminer l'expression de la fonction f'.

3. Le point D est le point de raccordement de la courbe $\mathcal{L}$ avec l'arc de cercle $\mathcal{C}$. On souhaite que les contraintes suivantes soient vérifiées au point D :

- la courbe $\mathcal{L}$ passe par D
- la droite $(\boldsymbol{T})$ de la partie A est tangente à la courbe $\mathcal{L}$ au point D.

a. Montrer que les réels a et b vérifient le système de deux équations à deux inconnues suivant :

$$\begin{cases} 75\,\mathrm{a} + \mathrm{b} = 2,375 \\ 150\,\mathrm{a} + \mathrm{b} = 10,125 \end{cases}$$

b. Calculer a et b

On admet dans la suite de l'exercice que :

$$f(x) = -0,0006\,x^3 + \frac{31}{300}\,x^2 - 5,375\,x + 125 \quad \text{sur l'intervalle } [0; 75]$$

4. **Sur l'annexe 1 à rendre avec la copie**, compléter le tableau de valeurs de la fonction f (on arrondira les valeurs à l'unité). Puis tracer une esquisse de la courbe $\mathcal{L}$.

5. Le rocking chair est posé au sol et adossé à un mur. La courbe $\mathcal{L}$ modélise le profil de l'assise du rocking chair et le point F modélise le point de contact avec le sol. Le point le plus bas du profil de l'assise du rocking chair est-il plus proche du mur que le point de contact avec le sol ?
(*Dans cette question, on veillera à faire figurer sur la copie toute trace de recherche même incomplète*.)

Exercice 2 QCM (5 points)

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples.

Pour chacune des questions, **une seule des quatre réponses proposées est correcte**.

Pour chaque question, indiquer sur la copie le numéro de la question ainsi que la lettre correspondant à la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée. Chaque réponse correcte rapporte 1 point. Une réponse incorrecte ou une question sans réponse n'apporte ni ne retire aucun point.

1. On considère un triangle ABC tel que $\mathrm{AB} = 6$ cm, $\mathrm{BC} = 7$ cm et $\widehat{\mathrm{ABC}} = 50°$.

Une valeur approchée de la longueur AC est :

a) 7,2 cm **b)** 7,6 cm **c)** 5,6 cm **d)** 11,8 cm

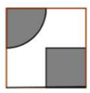
2. La valeur exacte de la solution de l'équation $3\log x + 2 = 0$ est :

a) 0,22 **b)** $10^{\frac{2}{3}}$ **c)** 4,64 **d)** $10^{-\frac{2}{3}}$

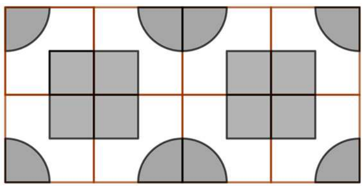
3. On souhaite réaliser un pavage à l'aide de tomettes, composées de six triangles équilatéraux de côté 5 cm. La valeur exacte de l'aire en cm² d'une tomette est :

a) $\frac{75}{2}\sqrt{3}$ **b**) 64 c) $\frac{5\sqrt{3}}{2}$ **d**) 150

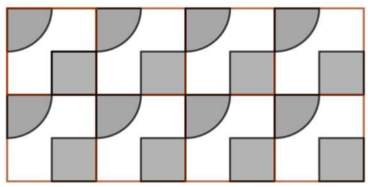
4. Parmi les 4 pavages ci-dessous, le pavage obtenu par une symétrie centrale suivie de translations à partir du motif ci-contre est :



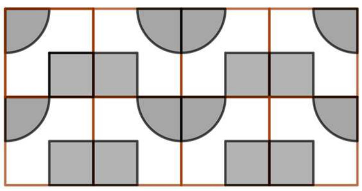
a)



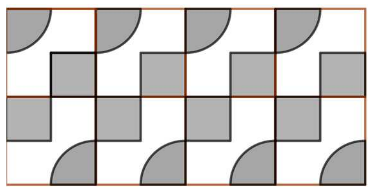
b)



c)



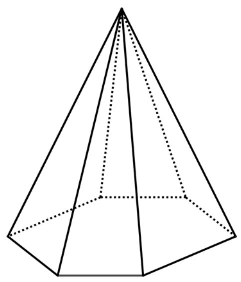
d)



5. Dans un repère orthonormé du plan, les coordonnées des points d'intersection de l'axe des ordonnées et de l'ellipse d'équation $\frac{(x-1)^2}{9} + \frac{(y+2)^2}{8} = 1$, sont :

a) $\left(0\,;1-\frac{3}{\sqrt{2}}\right)$ et $\left(0\,;1+\frac{3}{\sqrt{2}}\right)$ **b**) $\left(0\,;-\frac{14}{3}\right)$ et $\left(0\,;\frac{2}{3}\right)$

c) $\left(1-\frac{3}{\sqrt{2}}\,;0\right)$ et $\left(1+\frac{3}{\sqrt{2}}\,;0\right)$ **d**) $\left(-\frac{14}{3}\,;0\right)$ et $\left(\frac{2}{3}\,;0\right)$

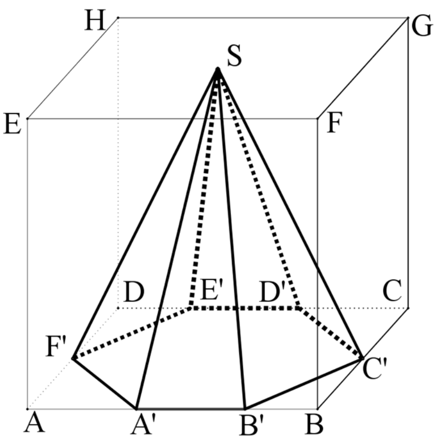


Exercice 3 (6 points)

Un parfumeur souhaite un flacon original pour son nouveau parfum.

Un verrier lui propose un flacon modélisé par une pyramide représentée ci-contre.

On donne ci-après une représentation en perspective parallèle de cette pyramide notée $SA'B'C'D'E'F'$



- La pyramide $SA'B'C'D'E'F'$ est inscrite dans un cube $ABCDEFGH$ d'arête 8 cm.
- Le sommet S de la pyramide est le centre de la face $EFGH$ du cube.
- La base $A'B'C'D'E'F'$ de cette pyramide est contenue dans la face ABCD du cube.
- Les points C' et F' sont les milieux respectifs des segments $[BC]$ et $[AD]$.
- Les points A' et B' appartiennent au segment $[AB]$.
- Les points D' et E' appartiennent au segment $[CD]$.
- Et $AA' = A'B' = CD' = E'D' = 3$ cm.

Partie A : Etude de la pyramide

On munit l'espace du repère orthonormé $(A\,; \vec{\imath}, \vec{\jmath}, \vec{k})$ d'origine A et d'unité 1 cm, tel que :

$$\vec{\imath} = \frac{1}{8}\overrightarrow{AB}\,; \quad \vec{\jmath} = \frac{1}{8}\overrightarrow{AD} \quad \text{et} \quad \vec{k} = \frac{1}{8}\overrightarrow{AE}$$

Ainsi, dans ce repère le point G a pour coordonnées $(8; 8; 8)$ et le point C a pour coordonnées $(8; 8; 0)$.

1. Donner les coordonnées de chacun des points S, A', B' et C' dans ce repère.

2. Calculer $B'C'$. La base de la pyramide est-elle un polygone régulier ? (Justifier)

3. Déterminer une valeur de la mesure en degré de l'angle $\widehat{A'SB'}$ (on arrondira à l'unité).

Partie B : Représentation en perspective centrale

Le début d'une représentation en perspective centrale du cube $\mathrm{ABCDEFGH}$ est donné en **annexe 2 à rendre avec la copie**. Dans cette représentation en perspective centrale :

- Le plan (ABF) est frontal et Δ est la ligne d'horizon.
- Chaque point désigné par une lettre minuscule, dans la perspective centrale, représentera le point désigné par la même lettre majuscule dans la perspective parallèle. Par exemple les points a, b, c représenteront, dans la perspective centrale, respectivement les points $\mathrm{A}, \mathrm{B}, \mathrm{C}$.
- ***On laissera les traits de construction apparents.***

1. Sur **l'annexe 2 à rendre avec la copie**, compléter la représentation en perspective centrale $abcdefgh$ du cube $\mathrm{ABCDEFGH}$ et placer les points a' et b'.

2. Le point c' est-il le milieu du segment $[bc]$? Justifier.

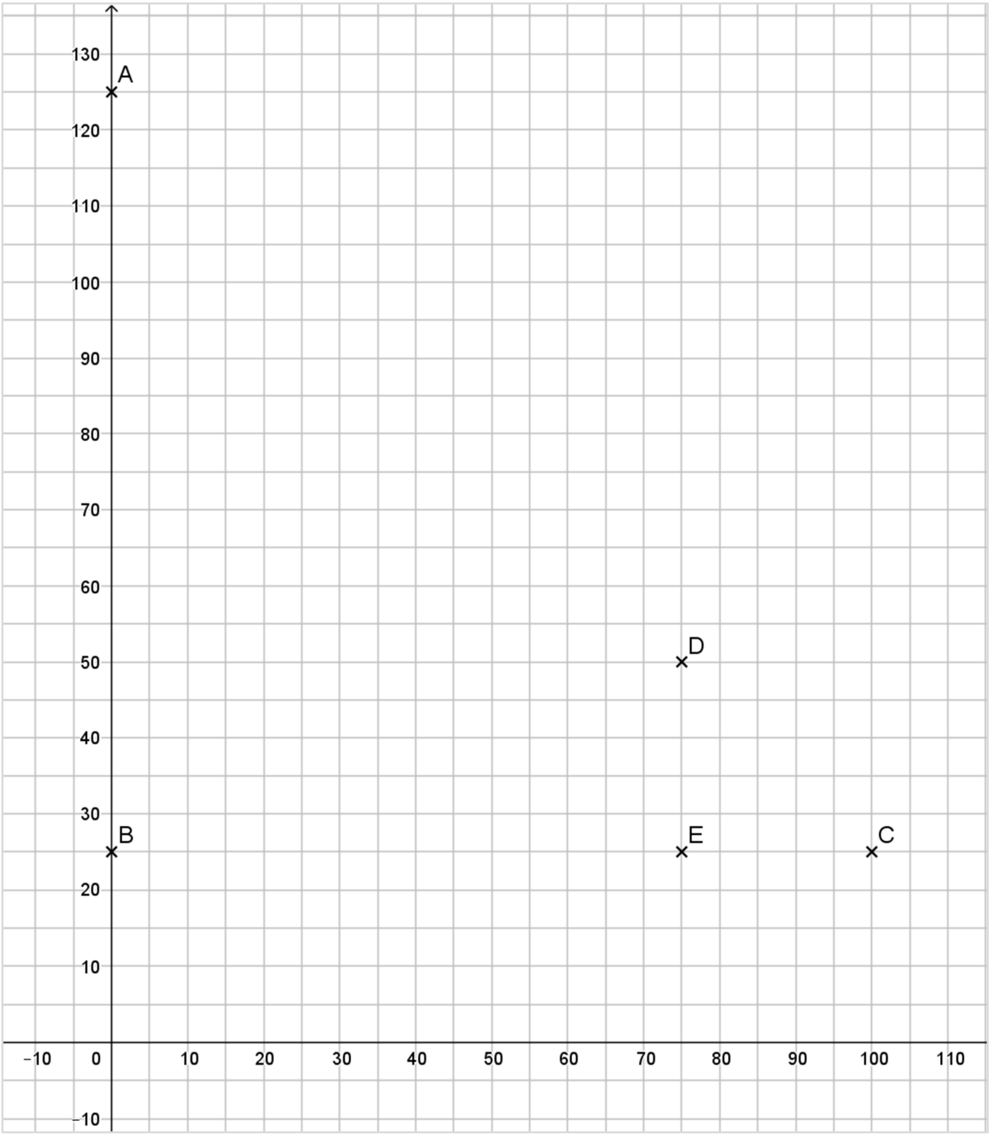
3. Tracer les diagonales du quadrilatère $abcd$. Puis construire les points c' et f'.

4. Terminer la représentation en perspective centrale $sa'b'c'd'e'f'$ de la pyramide $\mathrm{SA'B'C'D'E'F'}$.

On soignera le tracé et on repassera la pyramide en couleur.

Annexe 1 : (à rendre avec la copie)

Exercice 1) Parties A, B et C



Exercice 1) Partie C question 4

x	0	10	20	25	30	35	40	45	50	60	70	75
$f(x)$	125											

Annexe 2 (à rendre avec la copie)

Exercice 3 partie B