# BACCALAURÉAT TECHNOLOGIQUE

## Session 2019

# MATHÉMATIQUES

**Série : SCIENCES ET TECHNOLOGIES DU DESIGN ET DES ARTS APPLIQUÉS**

**STD2A**

**Durée de l'épreuve : 3 heures - Coefficient : 2**

**Dès que le sujet vous est remis, assurez-vous qu'il est complet.**

**Le sujet comporte huit pages numérotées de 1 à 8.**

**Les annexes situées en pages 7 et 8 sont à compléter et à rendre avec la copie.**

*Le candidat est invité à faire figurer sur la copie toute trace de recherche, même incomplète ou non fructueuse, qu'il aura développée.*

*La qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements interviendront dans l'appréciation des copies.*

*L'usage de tout modèle de calculatrice, avec ou sans mode examen, est autorisé.*

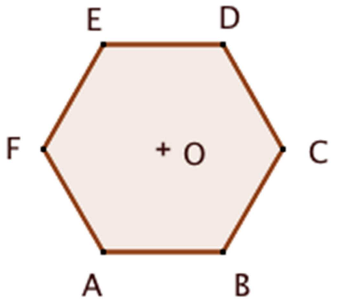
## **Exercice 1** *( 5 points )* **:** Questionnaire à Choix Multiple.

*Pour chaque question, une seule des propositions est exacte. Une réponse exacte rapporte un point. Une réponse fausse, plusieurs réponses ou l'absence de réponse n'ajoutent ni ne retirent aucun point.*
*Inscrire sur la copie la référence de la question et la lettre de la réponse choisie.*
*Aucune justification n'est demandée.*

<u>Question 1</u>
Soit un triangle ABC tel que AB = 5 cm, AC = 4 cm et la mesure de l'angle $\widehat{BAC}$ vaut 60°.
Combien mesure le côté BC ?

| | |
|---|---|
| a) BC = 4,5 cm | b) BC = $\sqrt{21}$ cm |
| c) BC = 3 cm | d) BC = $\sqrt{61}$ cm |

<u>Question 2</u>
La figure ci-contre est un hexagone régulier ABCDEF de centre O.
Cette figure est invariante par :




| | |
|---|---|
| a) la translation de vecteur $\overrightarrow{OB}$. | b) la symétrie d'axe (BC). |
| c) la rotation de centre O et d'angle 90°. | d) la rotation de centre O et d'angle 120°. |

<u>Question 3</u>
Dans l'espace rapporté à un repère orthonormal, on considère les deux vecteurs suivants,
définis par leurs coordonnées : $\vec{u}\begin{pmatrix}2\\-1\\1\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}-3\\-1\\4\end{pmatrix}$.
Alors le produit scalaire $\vec{u}.\vec{v}$ vaut :

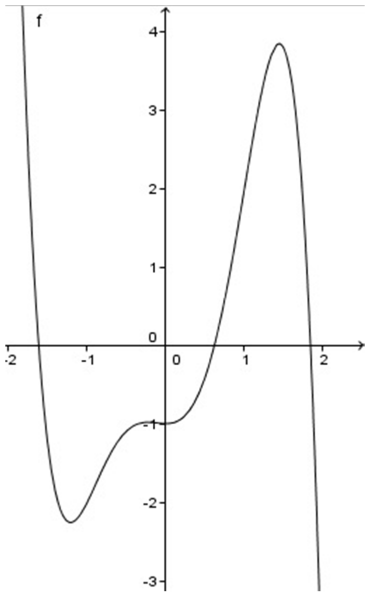
| | |
|---|---|
| a) le vecteur $\vec{w}\begin{pmatrix}-6\\1\\4\end{pmatrix}$. | b) le vecteur $\vec{w}\begin{pmatrix}-1\\-2\\3\end{pmatrix}$. |
| c) le nombre -1. | d) le nombre -3. |

<u>Question 4</u>
Une solution de l'équation $-(\log x)^2 - 2\log x + 3 = 0$ est :

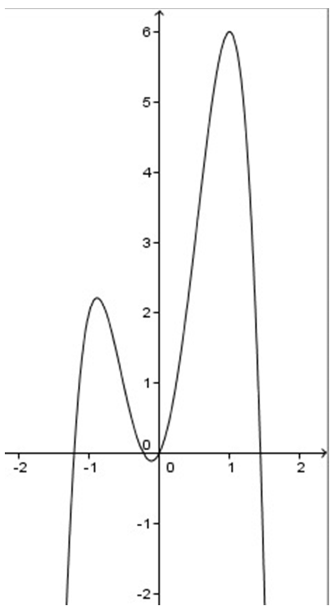
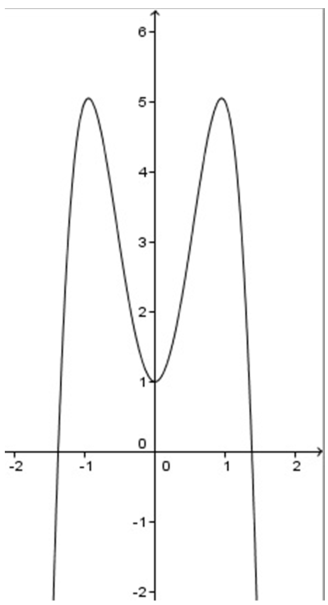
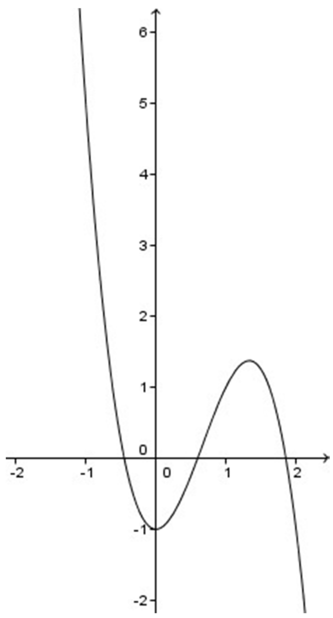
| | |
|---|---|
| a) $x = 10^{-3}$ | b) $x = 10^{3}$ |
| c) $x = -10^{-3}$ | d) $x = -10^{3}$ |

Question 5

On considère une fonction $f$ dérivable sur $\mathbb{R}$ dont la courbe représentative dans un repère orthonormé est tracée ci-contre :




Parmi les trois courbes ci-dessous, laquelle est la courbe représentative de la fonction dérivée $f'$ ?

| a) | b) | c) |
|---|---|---|
|  |  |  |

# **Exercice 2** *( 7 points)*

On veut décorer une vitrine en verre par une gravure au laser.

La *figure 1* suivante représente la frise que l’on souhaite graver.

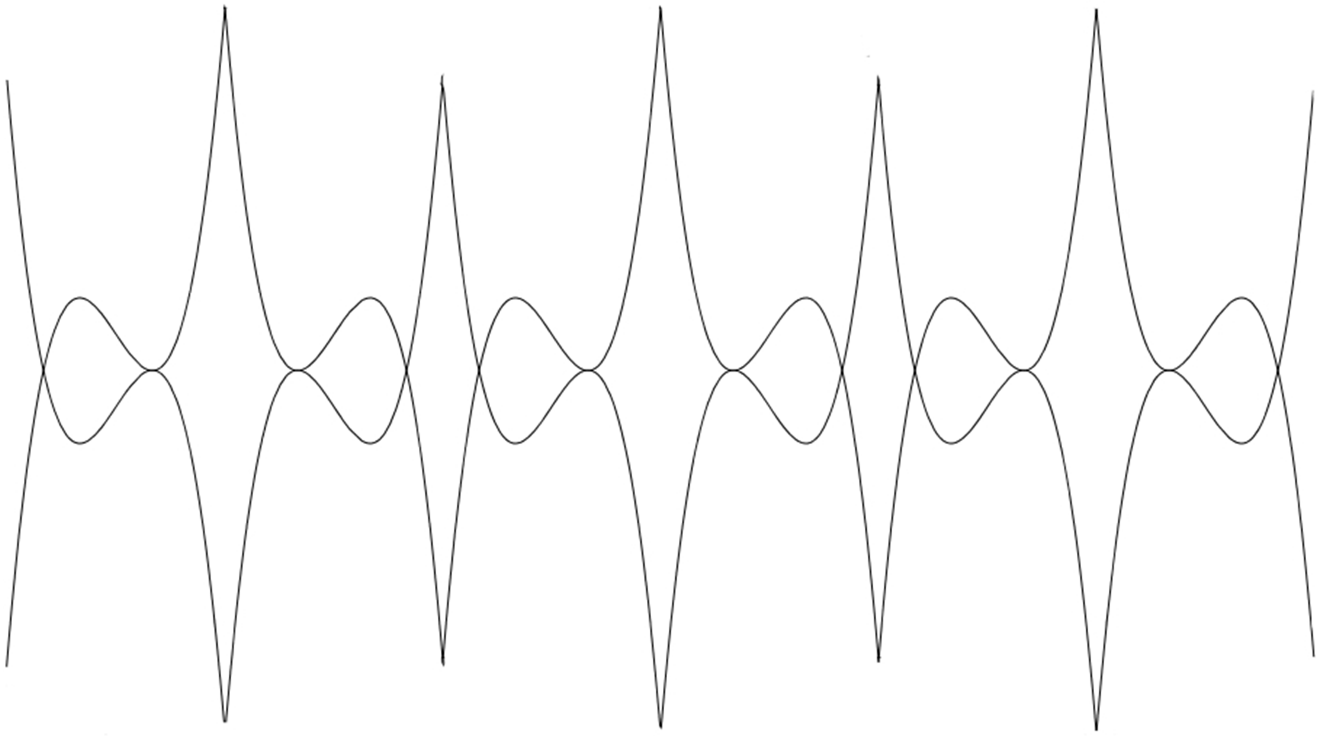


*figure 1*

**Partie A**

On se place dans un repère orthonormé (O ; $\vec{\imath}$ , $\vec{\jmath}$). Une partie du tracé de la frise correspond à la courbe représentative ($C$) d'une fonction $f$ définie sur [-1 ; 2] par $f(x) = ax^3 + bx^2 + c$ où $a$, $b$ et $c$ sont trois nombres réels.

La courbe ($C$) passe par les points I(1 ; 0), J(0 ; 1) et A(-1 ; -4).

1) Vérifier que $c = 1$.
2) Justifier que les réels $a$ et $b$ sont solutions du système :

$$\begin{cases} a + b = -1 \\ -a + b = -5 \end{cases}.$$

3) Résoudre ce système et donner l'expression de $f$.

**Partie B**

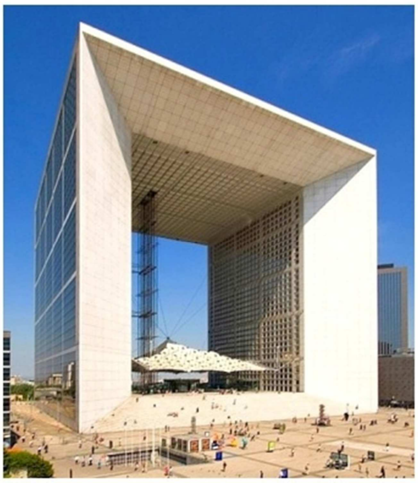
On admet que la fonction $f$ est définie sur [-1 ; 2] par $f(x) = 2x^3 - 3x^2 + 1$, et on rappelle que ($C$) désigne la courbe représentative de $f$ dans un repère orthonormé (O ; $\vec{\imath}$ , $\vec{\jmath}$).

1) Calculer $f'(x)$, où $f'$ désigne la fonction dérivée de $f$.
2) Étudier le signe de $f'(x)$, pour tout $x$ de l'intervalle [-1 ; 2].
3) En déduire le tableau de variations de $f$ sur [-1 ; 2].
4) Vérifier que $f(x) = (x-1)^2(2x+1)$. En déduire les abscisses des points d'intersection de la courbe ($C$) avec l'axe des abscisses.
5) Tracer sur la copie la courbe ($C$) de la fonction $f$ sur l'intervalle [-1 ; 2]. On prendra comme unité 2 cm sur chaque axe.

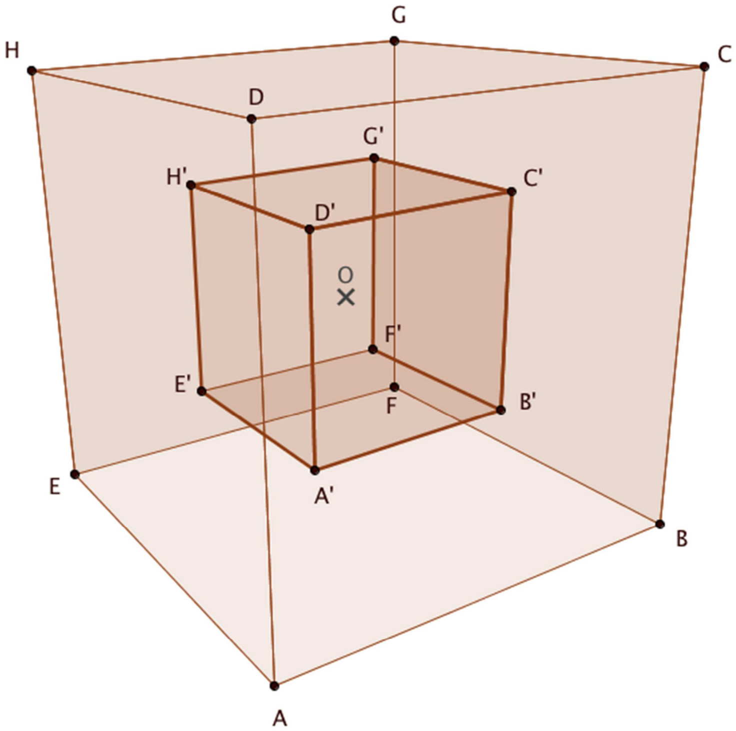
**Partie C**

À l'aide des éléments du repère (O ; $\vec{\imath}$ , $\vec{\jmath}$), décrire les transformations géométriques (translations, rotations, symétries, …) permettant de construire la frise de la *figure 1* à partir de la courbe ($C$). On pourra tracer les axes de symétrie et les vecteurs sur le graphique de la question précédente.

## Exercice 3 (*8 points*)



En 1982, l'architecte danois Johann Otto von Sprechelsen conçoit les plans du monument parisien : l'Arche de la Défense.




L'arche est représentée de manière simplifiée par un grand cube ABCDEFGH, et un petit cube A'B'C'D'E'F'G'H' de même centre O, tels que le petit cube est une réduction du grand cube de coefficient $\frac{1}{2}$.

Les faces du petit cube sont parallèles aux faces du grand cube. Les points O, A et A' sont alignés. De même pour les points O, B, B' … et O, H, H'.

**Partie A : représentation en perspective cavalière**

*On se propose d'établir quelques résultats qui permettront de construire la représentation en perspective centrale. Sur le document annexe 1, les deux cubes* ABCDEFGH *et* A'B'C'D'E'F'G'H' *sont représentés en perspective cavalière. Sur ce document annexe, la face* (ABCD) *est un plan frontal.*

1) Sur le document annexe 1, placer le point I du segment [AB] tel que AI = $\frac{1}{4}$ AB, et le point I' du segment [AF] tel que AI' = $\frac{1}{4}$ AF.

2) Dans le triangle ABF, en appliquant la réciproque du théorème de Thalès, montrer que les droites (I I’) et (BF) sont parallèles.

3) a) Prouver que les points A, A’, O, G’ et G sont alignés.
b) Justifier que AA’ = $\frac{1}{4}$ AG.
c) En se plaçant dans le triangle AFG, montrer que les droites (A’I’) et (FG) sont parallèles. En déduire que les points A’, D’et I’ sont alignés.
d) En déduire que I’A’ = $\frac{1}{2}$ A’D’.

4) a) Sur l’annexe 1, placer le point J du segment [AB] tel que BJ = $\frac{1}{4}$ BA, et le point J’ du segment [BE] tel que BJ’ = $\frac{1}{4}$ BE. *On admet que par un raisonnement analogue à celui de la question 3, on peut montrer que* C’, B’ *et* J’ *sont alignés.*
b) Sur l’annexe 1, placer le point K du segment [CD] tel que CK = $\frac{1}{4}$ CD, et le point K’ du segment [CH] tel que CK’ = $\frac{1}{4}$ CH. *On admet que* C’, B et K’ *sont alignés.*
c) Sur l’annexe 1, placer le point L du segment [CD] tel que DL = $\frac{1}{4}$ DC, et le point L’ du segment [DG] tel que DL’ = $\frac{1}{4}$ DG. *On admet que* A’, D’ *et* L’ *sont alignés.*

**Partie B : représentation en perspective centrale**

On se propose de représenter l’arche en perspective centrale, en prenant la face (ABCD) comme plan frontal. Les points nommés en majuscule dans la perspective cavalière seront représentés en minuscule dans la perspective centrale. Le dessin en perspective a été commencé sur l’annexe 2. On a placé la face frontale (abcd), ainsi que l’arête [ae] et la ligne de fuite ($\Delta$). Les graduations sur [ab] et [cd] partagent ces segments en quatre parties égales.

Vous répondrez aux questions suivantes sur l’annexe 2, en laissant apparents les traits de construction.

1) Placer le point de fuite principal de la droite (ae). On le notera w.

2) Placer le point de fuite de la droite (be). On le notera $w_d$ .

3) Compléter la représentation du grand cube abcdefgh, et placer les points i, j, k et l.

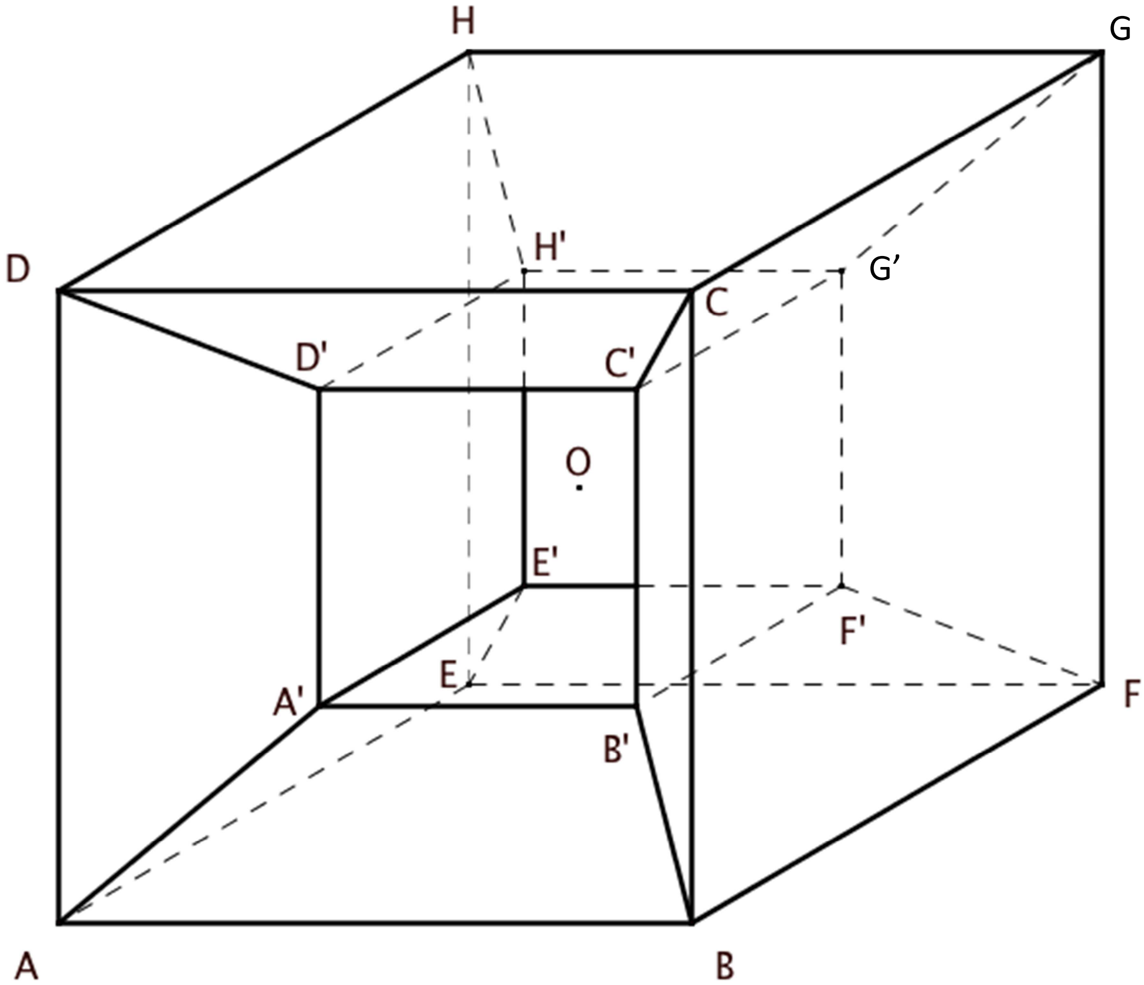
4) Justifier que i’ est le point d’intersection de (iw) et (af). Placer les points i’, j’, k’ et l’.

5) En utilisant le résultat établi à la question 3) d) de la partie A, placer le point a’. Placer de même les points b’, c’ et d’.

6) Finir la construction de l’arche.

**Annexe 1, à rendre avec la copie**

*Représentation de l'arche en perspective cavalière*



**Annexe 2, à rendre avec la copie**

*Représentation de l'arche en perspective centrale*