

BACCALAURÉAT TECHNOLOGIQUE
Session 2019

MATHÉMATIQUES

Série : SCIENCES ET TECHNOLOGIES DU DESIGN ET DES ARTS APPLIQUÉS

STD2A

Durée de l'épreuve : 3 heures - Coefficient : 2

Dès que le sujet vous est remis, assurez-vous qu'il est complet.

Le sujet comporte neuf pages numérotées de 1 à 9

**Les annexes situées en pages 7, 8 et 9 sont à compléter
et à rendre avec la copie.**

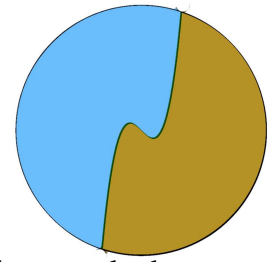
Le candidat est invité à faire figurer sur la copie toute trace de recherche, même incomplète ou non fructueuse, qu'il aura développée.

La qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements interviendront dans l'appréciation des copies.

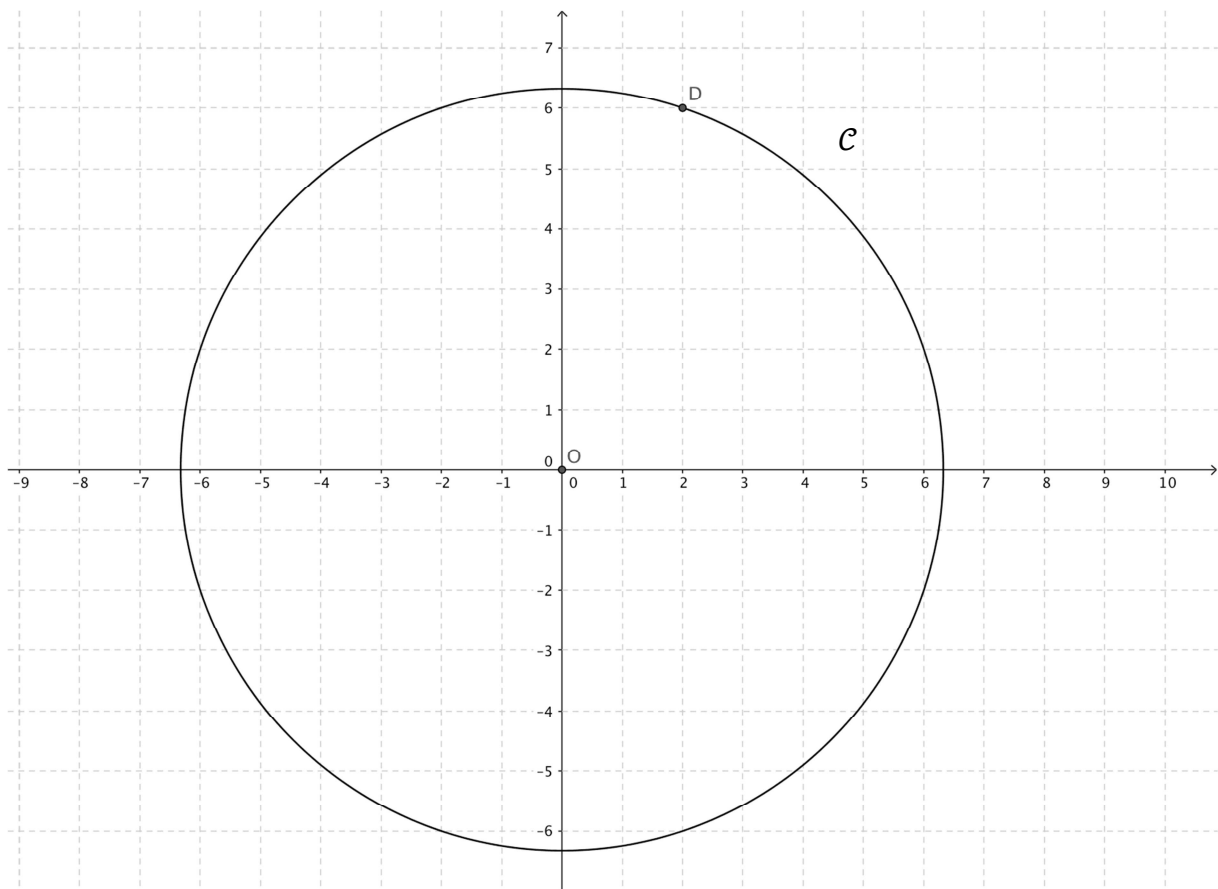
L'usage de tout modèle de calculatrice, avec ou sans mode examen, est autorisé.

EXERCICE 1 (7 points)

Un club d'alpinisme décide d'adopter le symbole représenté ci-contre :



La figure ci-dessous montre une représentation, dans un repère orthonormal, du contour circulaire de ce symbole.

**Partie A**

1. Déterminer le rayon du cercle \mathcal{C} de centre O , en utilisant les coordonnées entières du point D situé sur ce cercle (obtenues par lecture sur le graphique).
2. Donner une équation cartésienne du cercle \mathcal{C} de centre O .

Partie B

La courbe insérée dans le logo est la représentation d'une fonction f définie sur l'intervalle $[-2 ; 2]$ dont l'expression en fonction de x est de la forme :

$$f(x) = ax^3 + bx + c \text{ avec } a \in \mathbb{R}^*, b \in \mathbb{R}, c \in \mathbb{R}.$$

1.
 - a. Déterminer c sachant que la courbe de f passe par l'origine du repère.
 - b. Sachant que $f(1) = 0$ et que le point D appartient à la courbe représentative de la fonction f , écrire un système de deux équations à deux inconnues dont a et b sont solutions.
 - c. Résoudre ce système. En déduire l'expression de la fonction f .

2. Étude de la fonction $f(x) = x^3 - x$ sur l'intervalle $[-2 ; 2]$.
 - a. Vérifier que le point $D'(-2 ; -6)$ appartient à la courbe représentative de la fonction f .
 - b. Calculer $f'(x)$, où f' désigne la dérivée de la fonction f .
 - c. Étudier les variations de la fonction f sur l'intervalle $[-2 ; 2]$.
 - d. Compléter le tableau de valeurs donné en **annexe 1 à rendre avec la copie** (arrondir les valeurs au centième).
 - e. Tracer la courbe \mathcal{F} représentative de la fonction f dans le repère donné en **annexe 1 à rendre avec la copie**.

EXERCICE 2 (5 points)

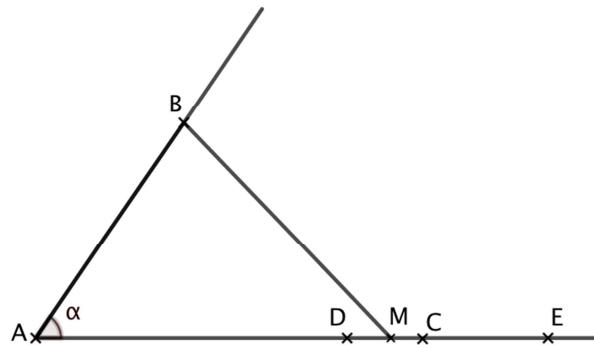
Un lutrin est un pupitre sur pied ou support oblique qui sert à tenir un livre ouvert. La photographie ci-dessous présente un lutrin inclinable en chêne.



On désire réaliser un lutrin dont la position est réglable à l'aide d'encoches. Après avoir réalisé le schéma ci-dessous, on se propose de réfléchir à la position des encoches à placer pour fabriquer le lutrin.

On néglige l'épaisseur des matériaux.

La figure ci-dessous est un schéma du lutrin en vue de côté. Elle n'est pas à l'échelle.



Le segment $[AB]$ représente le plateau incliné destiné à recevoir le livre.

On note α l'angle d'inclinaison du plateau.

Les points C, D et E représentent les différents crans (encoches) permettant de verrouiller le lutrin.

M est un point mobile sur le segment $[DE]$.

Les longueurs AB et BM sont fixes telles que $AB = 7$ cm et $BM = 8$ cm.

On note x la longueur AM mesurée en cm.

1. Que vaut x quand le lutrin est rabattu, c'est-à-dire quand la mesure de l'angle α vaut 0 ?
2. On place le point M à l'encoche C tel que x soit égal à 10 cm.
Donner une valeur décimale arrondie au dixième de degré de la mesure de l'angle α .
3. a. On place M à l'encoche D, on admet que la mesure de l'angle α vaut 60° .
Montrer que x est solution de l'équation $x^2 - 7x - 15 = 0$.
b. Déterminer la valeur de x arrondie au millimètre.

EXERCICE 3 (8 points)

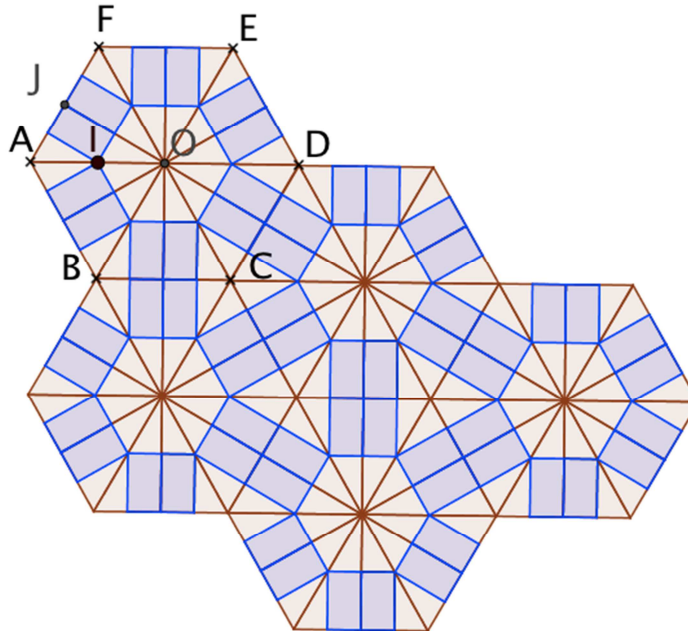
Lors de la restauration d'une ancienne demeure, un fragment de carrelage est retrouvé.

Il s'agit de carrelage réalisé à partir d'un carreau de ciment teinté dans la masse.

Il est décidé de restaurer ce carrelage.

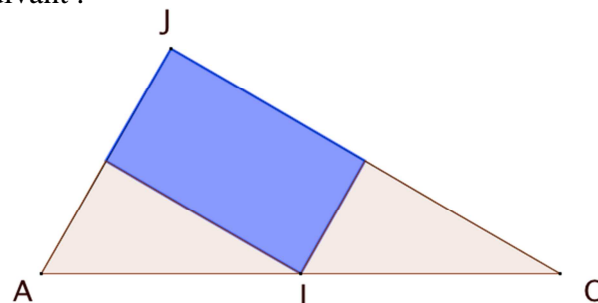
Sur la figure ci-dessous :

- ABCDEF est un hexagone régulier de centre O ;
- I est le milieu de [AO] ;
- J est le milieu de [AF].



Partie 1 :

1. On considère le motif suivant :

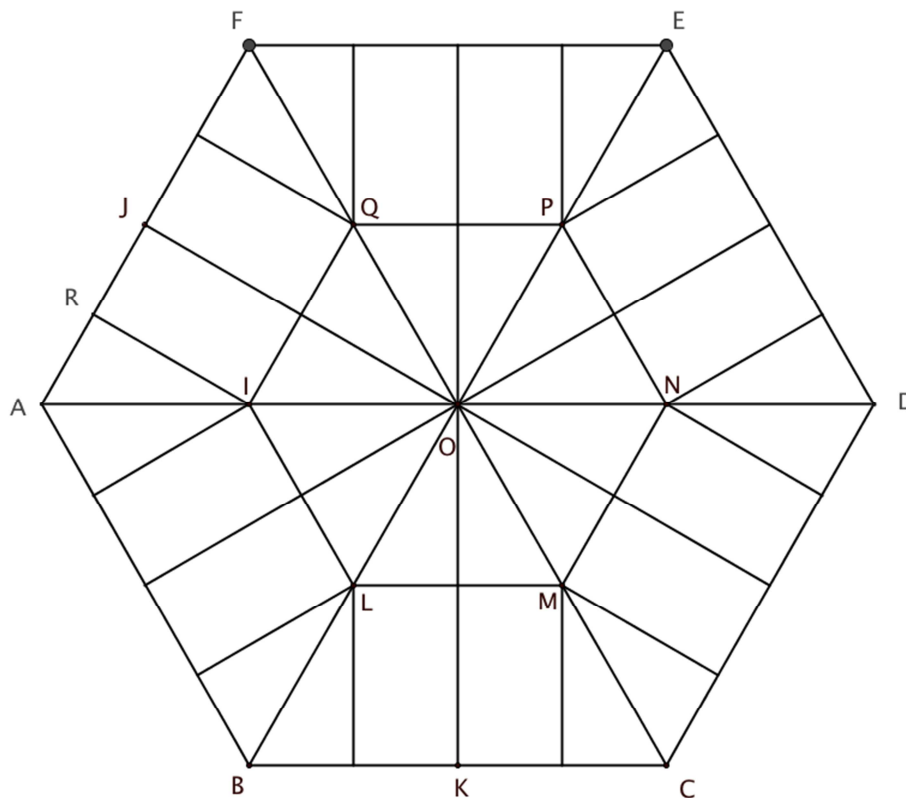


Expliquer à l'aide de quelle(s) transformation(s) on passe de ce motif à l'hexagone ABCDEF. On indiquera clairement le(s) élément(s) caractéristique(s) de(s) transformation(s) citée(s).

2. Indiquer la ou les transformation(s) utilisée(s) pour réaliser le pavage à partir de l'hexagone ABCDEF et préciser en annexe 2 les éléments caractéristiques des transformations.
3. Est-ce que l'aire de la surface claire du pavage est supérieure à celle de la surface sombre ? Justifier votre réponse.

Partie 2 :

Une représentation en perspective centrale du motif ci-dessous est commencée en annexe 3.



Convention : Pour chaque point de la figure ci-dessus, nommé par une lettre majuscule, le point correspondant de la perspective centrale sera nommé par la lettre minuscule correspondante.

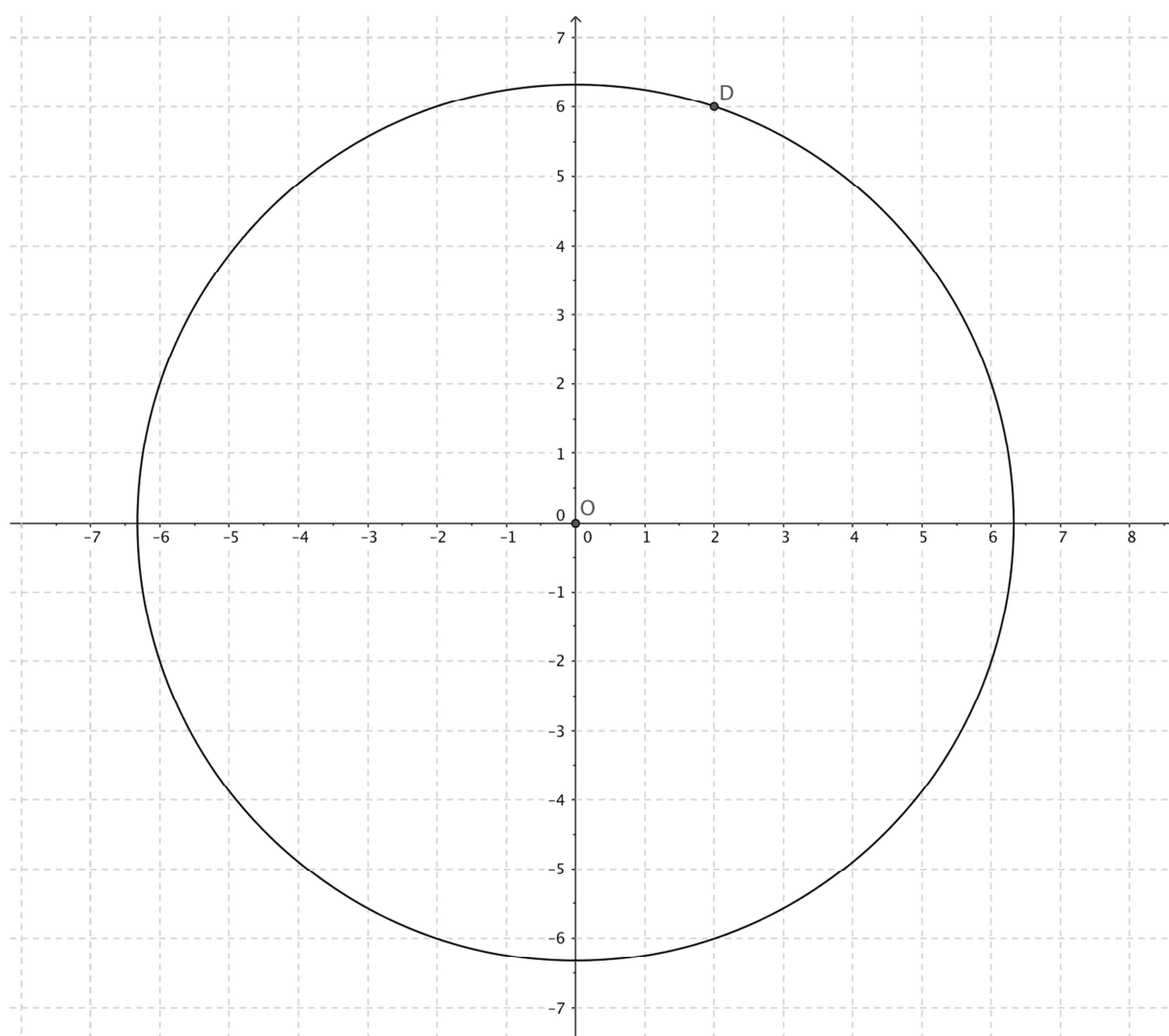
Sur cette perspective, on a placé le point o. Le segment [bc] est représenté en plan frontal.

1. Que peut-on dire de (oc) et (ab) dans cette représentation en perspective centrale ? Placer le point a sur l'annexe 3.
2. Construire l'hexagone abcdef.
3. Placer le point k. Justifier votre construction.
4.
 - a. Montrer que les droites (IJ) et (OF) sont parallèles.
 - b. Montrer que les droites (LK) et (OC) sont parallèles.
 - c. En déduire que les droites (IJ) et (LK) sont parallèles.
 - d. Montrer que les droites (AB) et (IL) sont parallèles.
 - e. En déduire l'alignement des points J, I, K et L.
5. En déduire la construction des points j et l.
6. Finir la construction de l'hexagone ilmnpq.
7. On admet que les points R, I et M sont alignés. Achever la construction en perspective centrale du motif. Griser les surfaces rectangulaires.

ANNEXE 1 – À RENDRE AVEC LA COPIE

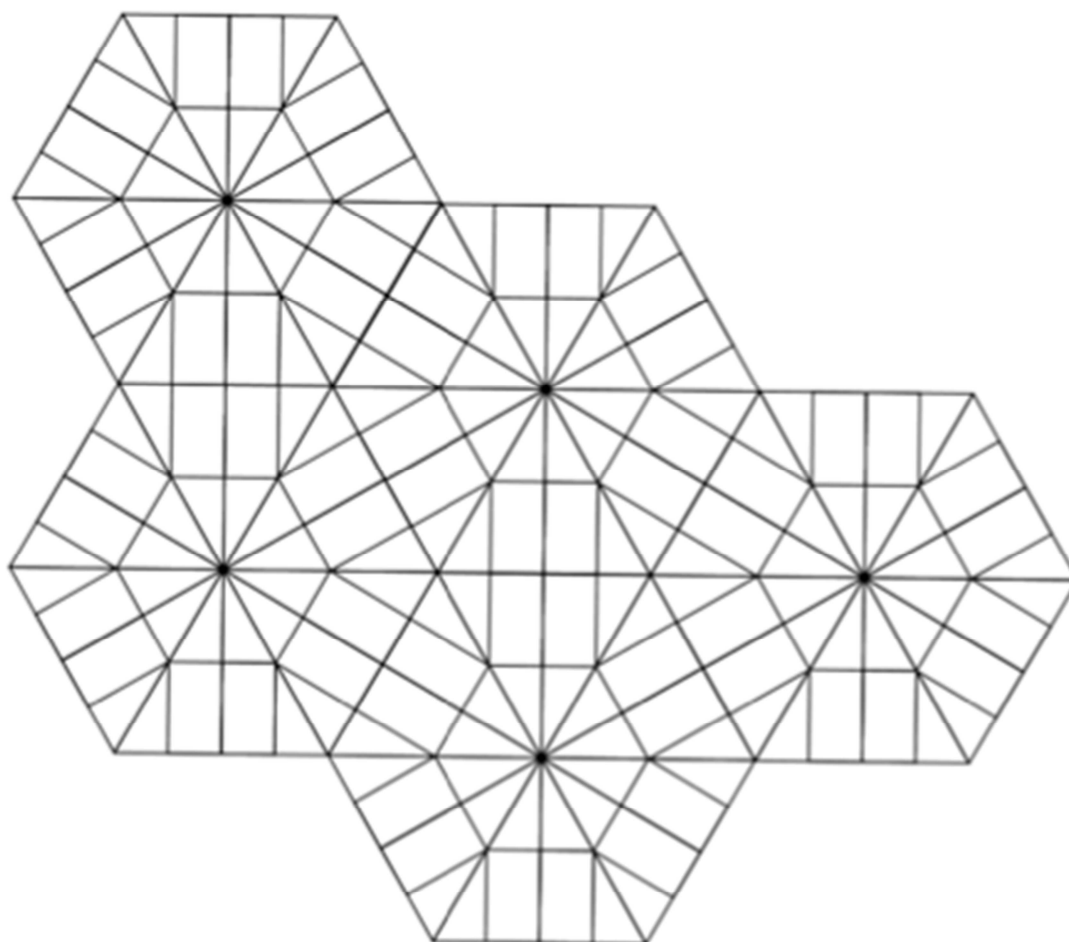
EXERCICE 1

x	-2	-1	$-\frac{\sqrt{3}}{3}$	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	2
$f(x)$							



ANNEXE 2 – À RENDRE AVEC LA COPIE

EXERCICE 3 Partie 1



ANNEXE 3 – À RENDRE AVEC LA COPIE

EXERCICE 3 Partie 2



x_0

Ligne d'horizon