

BACCALAURÉAT GÉNÉRAL

SESSION 2019

MATHÉMATIQUES – Série ES

ENSEIGNEMENT DE SPÉCIALITÉ

DURÉE DE L'ÉPREUVE : **3 heures.** – COEFFICIENT : 7

*Ce sujet comporte 8 pages numérotées de 1/8 à 8/8,
dont l'annexe 1 et l'annexe 2 page 8/8 sont à rendre avec la copie.*

L'usage de tout modèle de calculatrice, avec ou sans mode examen, est autorisé.

*Le candidat est invité à faire figurer sur la copie toute trace de recherche,
même incomplète ou non fructueuse, qu'il aura développée.
Il est rappelé que la qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements
entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies.*

*Le candidat s'assurera que le sujet est complet, qu'il correspond bien à sa série et
à son choix d'enseignement (obligatoire ou spécialité)*

Exercice 1 (4 points)
Commun à tous les candidats

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples. Chaque question comporte quatre réponses possibles. Pour chacune de ces questions, une seule des quatre réponses proposées est exacte.

Recopier pour chaque question son numéro et la lettre correspondant à la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée.

Chaque réponse exacte rapporte 1 point, une mauvaise réponse ou l'absence de réponse ne rapporte ni n'enlève de point.

Pour tout événement E , on note $p(E)$ sa probabilité.

1. Soit X la variable aléatoire suivant la loi binomiale $B(20 ; 0,4)$.

- a) $p(X = 7) = 20 \times 0,4^7$
- b) $p(X > 4) = 0,98$ arrondie au centième
- c) $p(X \leq 4) = 0,05$ arrondie au centième
- d) $p(X \leq 7) = 0,25$ arrondie au centième

2. L'équation $(e^x)^2 = 3e^x$ possède :

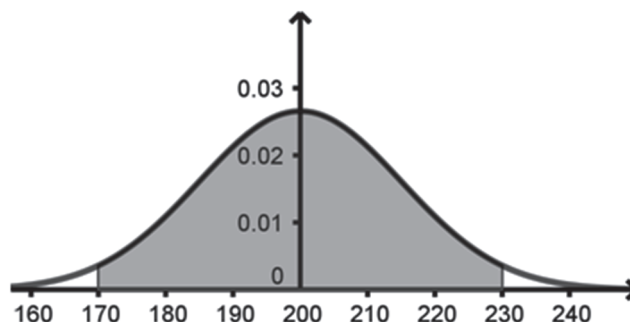
- a) une unique solution 3
- b) une unique solution $\ln(3)$
- c) deux solutions 0 et $\ln(3)$
- d) deux solutions 0 et 3

3. Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par $f(x) = \frac{x}{e^x}$.

Une autre expression de $f(x)$ est :

- a) $f(x) = \frac{e^{-x}}{-x}$
- b) $f(x) = -xe^{-x}$
- c) $f(x) = \frac{e^{-x}}{x}$
- d) $f(x) = xe^{-x}$

4. Soit X une variable aléatoire suivant une loi normale dont la densité de probabilité est représentée ci-contre. Sur le graphique, la surface grisée correspond à une probabilité de 0,95.



Une valeur approchée à 0,1 près du nombre a tel que $p(X \geq a) = 0,1$ est :

- a) $a \approx 180,8$
- b) $a \approx 212,6$
- c) $a \approx 219,2$
- d) $a \approx 238,4$

Exercice 2 (6 points)
Commun à tous les candidats

Les parties A, B et C sont indépendantes.

Si nécessaire, les résultats seront arrondis au centième.

Partie A

Un club de football est composé d'équipes adultes masculines, adultes féminines et d'équipes d'enfants. Chaque week-end, la présidente Claire assiste au match d'une seule des équipes du club et elle suit :

- dans 10 % des cas, le match d'une équipe adulte féminine ;
- dans 40 % des cas, le match d'une équipe adulte masculine ;
- dans les autres cas, le match d'une équipe d'enfants.

Lorsqu'elle assiste au match d'une équipe masculine, la probabilité que celle-ci gagne est 0,6. Lorsqu'elle assiste au match d'une équipe d'enfants, la probabilité que celle-ci gagne est 0,54.

La probabilité que Claire voie l'équipe de son club gagner est 0,58.

On choisit un week-end au hasard. On note les événements suivants :

- F : « Claire assiste au match d'une équipe adulte féminine »
- M : « Claire assiste au match d'une équipe adulte masculine »
- E : « Claire assiste au match d'une équipe d'enfants »
- G : « l'équipe du club de Claire gagne le match »

Pour tous événements A et B , on note \bar{A} l'événement contraire de A , $p(A)$ la probabilité de A et, si B est de probabilité non nulle, $p_B(A)$ la probabilité de A sachant B .

1. L'arbre de probabilité est donné en **annexe 1**. Le compléter au fur et à mesure de l'exercice.
2. Déterminer la probabilité $p(M \cap G)$.
3. a) Démontrer que $p(F \cap G) = 0,07$.
b) En déduire $p_F(G)$.
c) La probabilité que l'équipe adulte féminine gagne un match est 0,47. La présence de Claire semble-t-elle favoriser la victoire de l'équipe adulte féminine ?
4. Claire annonce avoir assisté à la victoire d'une équipe du club. Quelle est la probabilité qu'elle ait suivi le match d'une équipe adulte féminine ?

Partie B

Au guichet, un supporter attend pour acheter son billet. On modélise le temps d'attente en minute par une variable aléatoire X qui suit la loi normale d'espérance $\mu = 30$ et d'écart type $\sigma = 10$.

1. En moyenne, combien de temps attend ce supporter au guichet ?
2. Déterminer $p(25 \leq X \leq 35)$. Interpréter dans le contexte de l'exercice.
3. Le supporter ne dispose que de 15 minutes avant le début du match pour acheter son billet.
Quelle est la probabilité qu'il puisse acheter son billet avant le début du match ?

Partie C

Des études statistiques ont montré que la probabilité qu'un enfant se réinscrive d'une année sur l'autre dans le même club de football est 0,6.

1. Déterminer l'intervalle de fluctuation asymptotique au seuil de 95 % de la proportion d'enfants se réinscrivant d'une année sur l'autre pour un échantillon de 75 enfants pris au hasard dans le même club de football.
2. 52 des 75 enfants du club de Claire veulent se réinscrire en septembre 2018. La victoire de la France aux championnats du monde en 2018 a-t-elle eu un effet sur les réinscriptions en septembre 2018 dans ce club ? Justifier.

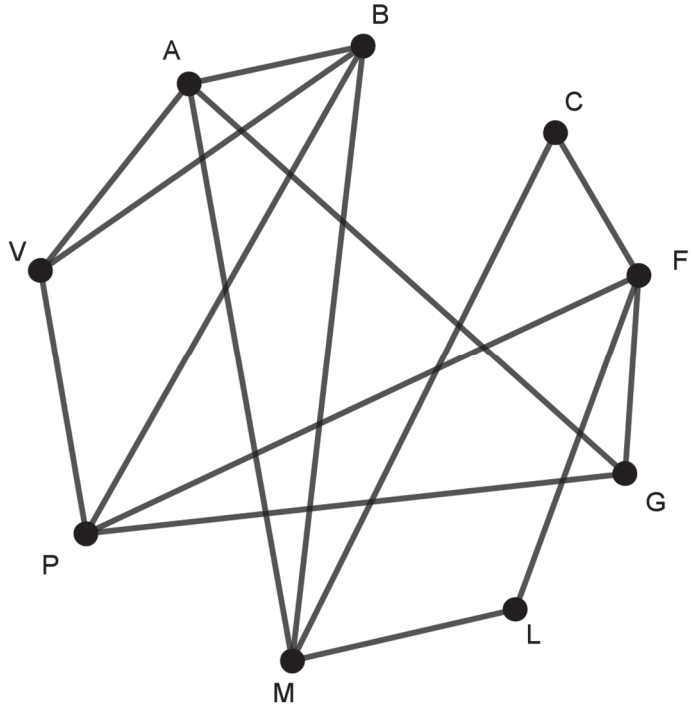
Exercice 3 (5 points)
Candidats de ES ayant suivi la spécialité

Les différentes parties sont indépendantes.

Partie A

Une compagnie aérienne a représenté à l'aide d'un graphe les différentes liaisons assurées par ses avions. Les sommets du graphe représentent les initiales des aéroports desservis et les arêtes correspondent aux vols effectués par un avion de cette compagnie entre deux aéroports.

Par exemple, l'arête entre A et G signifie qu'un avion effectue le vol entre les aéroports A et G, en partant de A vers G ou en partant de G vers A.



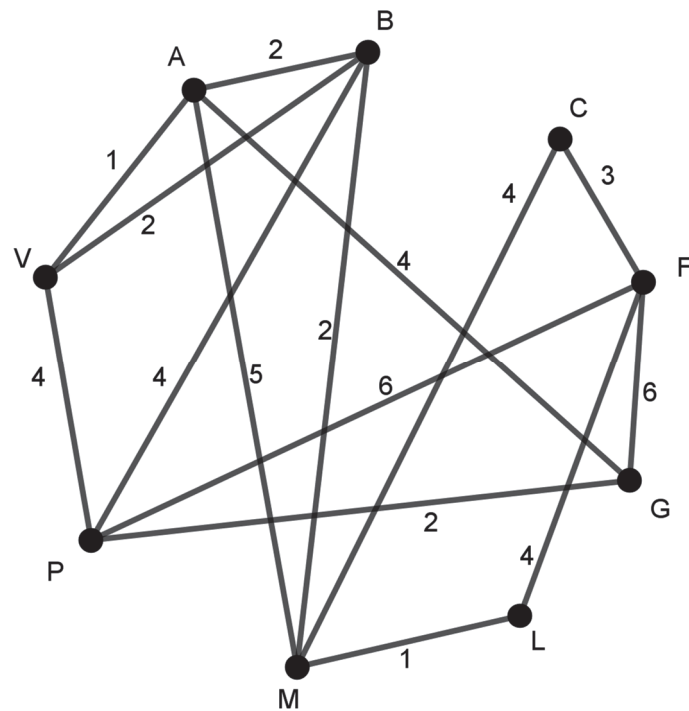
1. Le graphe est-il complet ?
Interpréter ce résultat dans le contexte de l'exercice.
2. On note M la matrice d'adjacence du graphe ci-dessus, en classant les sommets par ordre alphabétique. Compléter les deux lignes manquantes de la matrice M donnée en **annexe 2**.
3. La compagnie souhaite qu'un avion partant de l'aéroport F effectue 3 vols avant d'arriver à l'aéroport B. À l'aide de la matrice M^3 donnée ci-après, déterminer le nombre de trajets possibles.

$$M^3 = \begin{pmatrix} 4 & 9 & 2 & 5 & 8 & 2 & 8 & 4 & 9 \\ 9 & 6 & 2 & 5 & 4 & 2 & 8 & 9 & 7 \\ 2 & 2 & 0 & 6 & 2 & 0 & 6 & 2 & 3 \\ 5 & 5 & 6 & 2 & 6 & 6 & 2 & 7 & 3 \\ 8 & 4 & 2 & 6 & 2 & 2 & 4 & 8 & 3 \\ 2 & 2 & 0 & 6 & 2 & 0 & 6 & 2 & 3 \\ 8 & 8 & 6 & 2 & 4 & 6 & 2 & 6 & 3 \\ 4 & 9 & 2 & 7 & 8 & 2 & 6 & 4 & 8 \\ 9 & 7 & 3 & 3 & 3 & 3 & 3 & 8 & 4 \end{pmatrix}$$

4. L'entreprise souhaite qu'un même avion puisse parcourir successivement une fois et une seule chaque liaison.
 - a) Justifier qu'un avion peut le faire et préciser les aéroports de départ et d'arrivée possibles.
 - b) Lors de ce trajet, combien de fois cet avion doit-il se poser à l'aéroport P ?
Expliquer la réponse.

Partie B

Sur le graphe ci-dessous sont indiqués les différents temps de vol en heure entre deux aéroports.

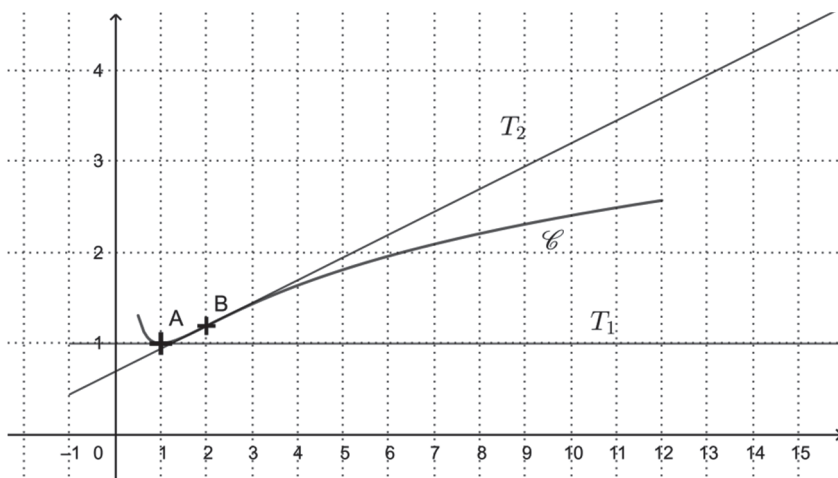


Un client souhaite utiliser une offre promotionnelle de cette compagnie pour voyager de l'aéroport V jusqu'à l'aéroport F. Combien d'heures de vol doit-il envisager au minimum ?

Préciser le trajet.

Exercice 4 (5 points)
Commun à tous les candidats

On a représenté ci-contre la courbe \mathcal{C} représentative d'une fonction f définie et dérivable sur $[0,5 ; 12]$, la tangente T_1 à \mathcal{C} au point A d'abscisse 1 et la tangente T_2 à \mathcal{C} au point B d'abscisse 2. La tangente T_1 est parallèle à l'axe des abscisses. La tangente T_2 traverse la courbe \mathcal{C} en B. On note f' la fonction dérivée de f .



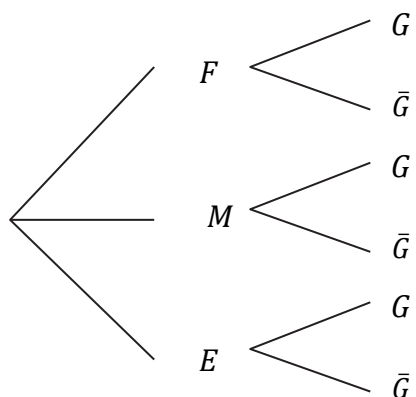
1. Par lecture graphique :
 - a) Déterminer $f'(1)$.
 - b) Déterminer les éventuels points d'inflexion de \mathcal{C} .
 - c) Déterminer un encadrement de $\int_6^8 f(x)dx$ par deux entiers consécutifs.
2. On admet que la fonction f est définie sur $[0,5 ; 12]$ par : $f(x) = \ln(x) + \frac{1}{x}$.
 - a) Vérifier que, pour tout $x \in [0,5 ; 12]$, $f'(x) = \frac{x-1}{x^2}$.
 - b) Déterminer le signe de $f'(x)$ et en déduire le tableau de variations de f .
Si nécessaire, on arrondira à 0,1 les valeurs numériques.
3. À l'aide d'un logiciel de calcul formel, on a obtenu les résultats suivants que l'on pourra admettre.

| Calcul formel | |
|---------------|---|
| 1 | $g(x) := (x-1)/x^2$ $g(x) := \frac{x-1}{x^2}$ |
| 2 | Dérivée ($g(x)$) $\frac{x^2 - 2x(x-1)}{x^4}$ |
| 3 | Simplifier(Dérivée($g(x)$)) $\frac{-x+2}{x^3}$ |

- Déterminer par le calcul le plus grand intervalle sur lequel f est concave.
4. Soit F la fonction définie sur $[0,5 ; 12]$ par $F(x) = (x+1)\ln(x) - x$.
 - a) Vérifier que F est une primitive de f sur $[0,5 ; 12]$.
 - b) En déduire la valeur exacte puis la valeur arrondie au centième de la valeur moyenne de f sur l'intervalle $[6 ; 8]$.

Annexes à rendre avec la copie

Annexe 1 Exercice 2



Annexe 2 Exercice 3 Candidats de ES ayant suivi la spécialité

$$M = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

