BACCALAURÉAT TECHNOLOGIQUE

SESSION 2018

Épreuve : **MATHÉMATIQUES**	Série **: STI2D et STL spécialité SPCL**
Durée de l'épreuve : **4 heures**	Coefficient : **4**

L'usage de tout modèle de calculatrice, avec ou sans mode examen, est autorisé.

Ce sujet comporte 7 pages numérotées de 1/7 à 7/7.

Le candidat doit s'assurer que le sujet distribué est complet.

Le sujet est composé de 4 exercices indépendants. Le candidat doit traiter tous les exercices.
Dans chaque exercice, le candidat peut admettre un résultat précédemment donné dans le texte pour aborder les questions suivantes, à condition de l'indiquer clairement sur la copie.
Le candidat est invité à faire figurer sur la copie toute trace de recherche, même incomplète ou non fructueuse, qu'il aura développée.
Il est rappelé que la qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements seront prises en compte dans l'appréciation des copies.

Exercice n°1 (4 points)

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples. Pour chaque question, une seule réponse proposée est exacte. Une bonne réponse rapporte 1 point. Une réponse fausse, plusieurs réponses ou l'absence de réponse ne rapportent ni n'enlèvent de point.
Indiquer sur la copie le numéro de la question et la lettre correspondant à la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée.

Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé direct.

On désigne par i le nombre complexe de module 1 et d'argument $\frac{\pi}{2}$.

1. Le nombre complexe solution de l'équation $3\mathrm{i}z + 1 = \mathrm{i}$ est :

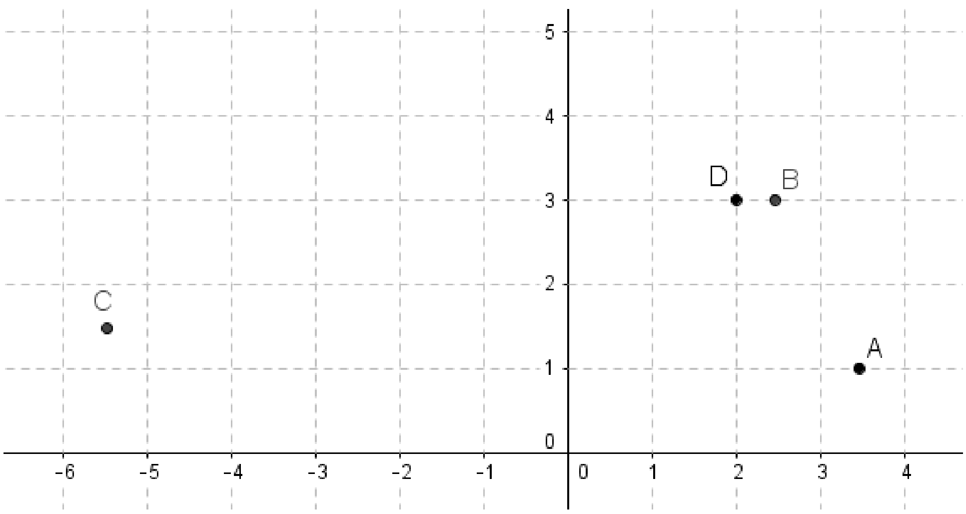
a) $z = -1 - 2\mathrm{i}$ **b)** $z = \frac{1}{3} + \frac{\mathrm{i}}{3}$

c) $z = -\frac{1}{3}$ **d)** $z = \frac{-1-\mathrm{i}}{3}$

2. On considère les deux nombres complexes $z = 4\,\mathrm{e}^{\mathrm{i}\frac{\pi}{6}}$ et $z' = \sqrt{2}\,\mathrm{e}^{\mathrm{i}\frac{3\pi}{4}}$.

Sur le graphique ci-dessous, le nombre $z + z'$ est représenté par le point :

a) A
b) B
c) C
d) D



3. On considère la fonction f définie sur $I =]-\frac{1}{2}\ ;\ +\infty[$ par $f\ (x) = \frac{2}{2x+1}$.

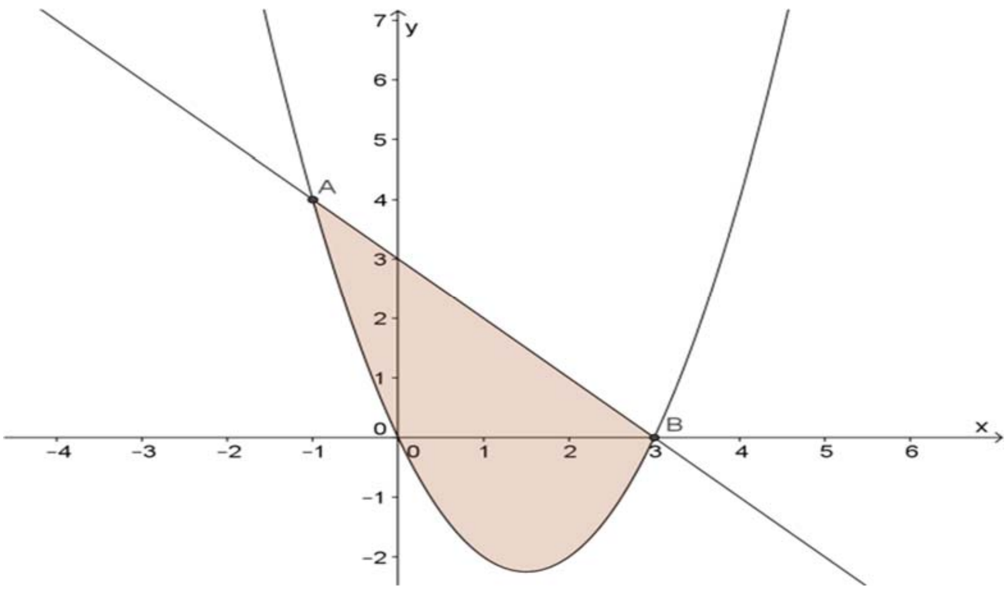
Une primitive de f sur I est la fonction F définie par :

a) $F(x) = 2\ln(2x+1)$ **b)** $F(x) = \frac{-4}{(2x+1)^2}$

c) $F(x) = \frac{2x}{x^2+x}$ **d)** $F(x) = \ln(2x+1)$

4. Le graphique ci-dessous donne, dans un repère orthogonal, la représentation graphique des fonctions f et g définies sur l'ensemble des réels par :

$$f(x) = x^2 - 3x \text{ et } g(x) = 3 - x\ .$$



On souhaite connaître l'aire du domaine grisé.

Cette aire, en unité d'aire, est égale à :

a) $\int_{-1}^{3}[f(x) - g(x)]\mathrm{d}x$

b) $\int_{0}^{3}[g(x) - f(x)]\mathrm{d}x$

c) $\int_{-1}^{3}[-x^2 - 4x + 3]\mathrm{d}x$

d) $\int_{-1}^{3} g(x)\mathrm{d}x - \int_{-1}^{3} f(x)\mathrm{d}x$

Exercice n°2 (5 points)

Les parties A et B peuvent être traitées indépendamment l'une de l'autre.

Les résultats seront arrondis au millième.

Un pâtissier utilise une machine pour fabriquer des gâteaux au chocolat pesant en moyenne 500 grammes. Pour être commercialisable, un gâteau doit peser entre 485 grammes et 515 grammes.

La masse, en gramme, d'un gâteau au chocolat peut être modélisée par une variable aléatoire X qui suit la loi normale d'espérance $\mu = 500$ et d'écart type $\sigma = 11$.

Partie A

1. Calculer la probabilité que la masse d'un gâteau au chocolat soit supérieure à 515 grammes.

2. Calculer la probabilité p qu'un gâteau au chocolat choisi au hasard dans la fabrication soit commercialisable.

3. Le pâtissier trouve cette probabilité p trop faible.
Il décide de modifier ses méthodes de fabrication afin de faire varier la valeur de l'écart-type sans modifier celle de l'espérance μ .
On désigne par Y la nouvelle variable aléatoire modélisant la masse, en gramme, d'un gâteau au chocolat.
Cette variable aléatoire suit la loi normale d'espérance $\mu = 500$ et d'écart-type σ'.

Déterminer une valeur approchée de σ' pour que la probabilité qu'un gâteau au chocolat soit commercialisable ait pour valeur approchée $0{,}95$.

Partie B

Le pâtissier utilise une balance électronique. La durée de fonctionnement sans dérèglement, en jour, de cette balance électronique est une variable aléatoire T qui suit la loi exponentielle de paramètre λ .

1. On admet que la probabilité que la balance électronique ne se dérègle pas avant 30 jours est égale à $0{,}913$.
Déterminer la valeur exacte de λ puis la valeur arrondie au millième.

Dans la suite on prendra $\lambda = 0{,}003$.

2. Déterminer la probabilité que la balance électronique se dérègle durant les 90 premiers jours. Arrondir le résultat au millième.

3. Le vendeur de cette balance électronique a assuré au pâtissier qu'il y a une chance sur deux que la balance ne se dérègle pas avant 365 jours. A-t-il raison ? Justifier la réponse.

Exercice n°3 (5 points)

La consommation de soins et de biens médicaux (CSBM) en France comprend les soins hospitaliers, les soins ambulatoires (médecins, dentistes, auxiliaires médicaux, laboratoires d'analyse, thermalisme), les transports sanitaires, les médicaments et les autres biens médicaux (optique, prothèses, petit matériel et pansements).

Partie A

En 2008, la CSBM s'élevait à $164{,}7$ milliards d'euros. Afin de mieux maîtriser les dépenses de santé, le Gouvernement souhaitait que les dépenses liées à la CSBM n'augmentent que de 2 % par année.

On modélise l'évolution souhaitée par le Gouvernement par une suite (u_n) où u_n désigne le montant, en milliards d'euros, des dépenses pour l'année $(2008 + n)$.

On a donc $u_0 = 164{,}7$.

1. Déterminer la nature de la suite (u_n) .
2. Pour tout entier naturel n, exprimer u_n en fonction de n .
3. Calculer u_7 . On donnera la valeur arrondie au dixième.
4. Interpréter cette valeur dans le contexte de l'exercice.

Partie B

Le tableau suivant, extrait d'une feuille d'un tableur, donne la CSBM réelle en milliards d'euros depuis l'année 2008 en France.

Dans cette partie, on ne demande pas de compléter le tableau.

Consommation de soins et de biens médicaux à partir de 2008

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	Année	2008	2009	2010	2011	2012	2013	2014	2015
2	CSBM en milliards d'euros	164,7	169,8	173,5	178,7	182,6	186,1	191,2	194,0
3	Évolution en pourcentage								

Source : Drees, comptes de la santé (édition 2016)

1. **a)** Calculer le pourcentage d'évolution de la CSBM entre les années 2008 et 2015 arrondi à 0,01 % .

b) Les cellules C3 à I3 sont au format pourcentage. Proposer une formule à entrer en C3 qui, recopiée vers la droite jusqu'en I3, permet de déterminer le taux d'évolution en pourcentage des dépenses entre deux années consécutives.

2. À partir de 2015, on suppose que la CSBM augmentera de 2,4 % par année.

On veut déterminer, à l'aide de l'algorithme ci-dessous, l'année à partir de laquelle la CSBM dépassera 300 milliards d'euros.

```
N ← 0
V ← 194
Tant que …………
    N ←………
    V ←………
Fin Tant que
```

a) Recopier et compléter l'algorithme.

b) Quelle est la valeur de la variable N après exécution de l'algorithme ?

c) En quelle année la CSBM dépassera-t-elle les 300 milliards d'euros ?

Exercice n°4 (6 points)

Partie A

On considère la fonction ω définie pour tout réel positif t par :

$$\omega(t) = 4\,\mathrm{e}^{-200t} + 146\ .$$

On note $\mathcal{C}$ la courbe représentative de la fonction ω dans un repère orthonormé.

1. **a)** Calculer $\omega(0)$.
   b) Déterminer la limite de la fonction ω lorsque t tend vers $+\infty$ et interpréter graphiquement cette limite.
2. On note ω' la fonction dérivée de la fonction ω sur l'intervalle $[0\ ;\ +\infty[$.
   a) Pour tout réel positif t, calculer $\omega'(t)$.
   b) Étudier le signe de ω' sur l'intervalle $[0\ ;\ +\infty[$.
   c) Dresser le tableau de variation de la fonction ω sur l'intervalle $[0\ ;\ +\infty[$.
   d) Déterminer une équation de la tangente à la courbe $\mathcal{C}$ au point d'abscisse 0 .

Partie B

On étudie l'évolution de la vitesse d'un moteur dont la vitesse de rotation à vide est de $150\ \mathrm{rad.s^{-1}}$.
On s'intéresse à une phase particulière appelée phase d'embrayage.
Durant cette phase, la vitesse de rotation du moteur, exprimée en $\mathrm{rad.s^{-1}}$, est modélisée par une fonction solution de l'équation différentielle (E) :

$$\frac{1}{200}y' + y = 146$$

où y désigne une fonction dérivable de la variable réelle t positive et exprimée en seconde.

1. **a)** Résoudre cette équation différentielle.
   b) Vérifier que la fonction ω étudiée dans la **partie A** est la fonction solution de l'équation différentielle (E) vérifiant la condition initiale $\omega(0) = 150$.
2. Interpréter, dans le contexte de l'exercice, la limite de $\omega(t)$ lorsque t tend vers $+\infty$ ainsi que le sens de variation de la fonction ω , déterminés dans la **partie A**.
3. On considère que la vitesse de rotation du moteur, exprimée en $\mathrm{rad.s^{-1}}$, est stabilisée lorsque la quantité $\dfrac{\omega(t)-146}{146}$ est inférieure à 0,01 .
   Calculer le temps mis par le moteur pour stabiliser sa vitesse. On donnera la valeur exacte puis la valeur arrondie au millième de seconde.