BACCALAURÉAT TECHNOLOGIQUE

SESSION 2018

MATHÉMATIQUES

Série : SCIENCES ET TECHNOLOGIES DU MANAGEMENT ET DE LA GESTION
STMG

DURÉE DE L'ÉPREUVE : **3 heures** — COEFFICIENT : 3

L'usage de tout modèle de calculatrice, avec ou sans mode examen, est autorisé.

La candidate ou le candidat est invité à faire figurer sur la copie toute trace de recherche, même incomplète ou non fructueuse, qu'elle ou il aura développée.
Il sera tenu compte de la clarté des raisonnements et de la qualité de la rédaction dans l'appréciation des copies.

Ce sujet comporte 7 pages numérotées de 1/7 à 7/7.

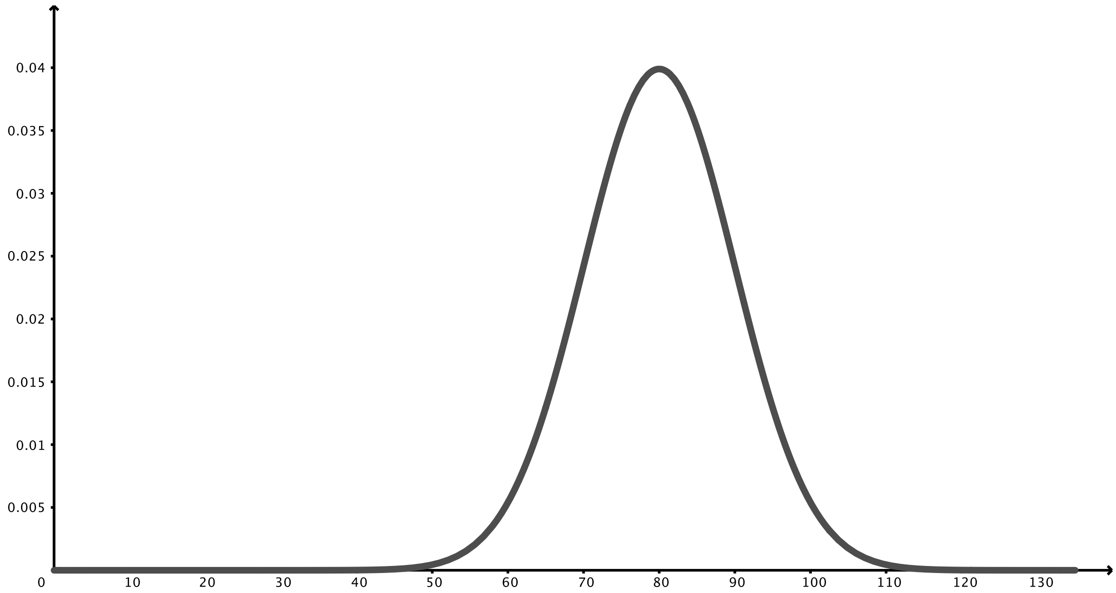
La page 7 est une annexe, à rendre avec la copie.

Dès que le sujet lui est remis, la candidate ou le candidat doit s'assurer qu'il est complet.

Exercice 1 (3 points)

Cet exercice est un questionnaire à choix multiple (QCM).
Pour chacune des quatre questions, une seule des quatre réponses proposées est correcte.
Pour chaque question, indiquer la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée.
Chaque réponse correcte rapporte 1 point. Une réponse incorrecte, multiple ou une question sans réponse, n'apporte ni ne retire aucun point.

Une variable aléatoire X suit la loi normale de moyenne $\mu = 80$ et d'écart type $\sigma = 10$. On donne ci-dessous la courbe de densité de la variable aléatoire X.



1. La probabilité $p(60 \leqslant X \leqslant 100)$, arrondie au centième, est égale à :

   a. 0,05 b. 0,97
   c. 0,50 d. 0,95

2. La probabilité $p(X < 90)$ est égale à :

   a. $0{,}5 - p(X > 90)$ b. $p(X > 70)$
   c. $1 - p(X > 70)$ d. $1 - p(X \geqslant 70)$

3. La probabilité $p(60 \leqslant X \leqslant 80)$ est égale à :

   a. $0,5 + p(X \geqslant 60)$ b. $0,5 - p(X \leqslant 60)$
   c. $1 - p(X \leqslant 60)$ d. $0,5 + p(X \leqslant 60)$

Exercice 2 (6 points)

Le tableau ci-dessous donne la production mondiale des énergies renouvelables de 2006 à 2015. Cette production est exprimée en milliard de TEP (tonne équivalent-pétrole).

Année	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013	2014	2015
Rang de l'année : x_i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Quantité produite (en milliard de TEP) : y_i	1,44	1,47	1,50	1,53	1,59	1,62	1,68	1,74	1,78	1,82

Source : OCDE d'après Extended world energy balances

Partie A

Le nuage de points de coordonnées $(x_i\,;y_i)$ est représenté en **annexe**.

1. À l'aide de la calculatrice, donner une équation de la droite qui réalise un ajustement affine de y en x par la méthode des moindres carrés. Les coefficients seront arrondis au millième.
2. On décide d'ajuster ce nuage de points par la droite $\mathscr{D}$ d'équation $y = 0{,}04x + 1{,}37$.
   Tracer cette droite dans le repère donné en **annexe, à rendre avec la copie**.
3. À l'aide de ce modèle, estimer la production mondiale des énergies renouvelables en 2020.

Partie B

1. Calculer le taux d'évolution de la production mondiale des énergies renouvelables entre 2006 et 2015. Le résultat sera exprimé en pourcentage.
2. Calculer le taux d'évolution annuel moyen entre 2006 et 2015. Le résultat sera exprimé en pourcentage.

Partie C

On décide de modéliser l'évolution de la production mondiale des énergies renouvelables à l'aide d'une suite géométrique de raison 1,026. Pour tout entier naturel n, on note u_n la production mondiale des énergies renouvelables, en milliard de TEP, pendant l'année $(2015 + n)$.
Ainsi (u_n) est la suite géométrique de premier terme $u_0 = 1{,}82$ et de raison 1,026.

1. Exprimer le terme général u_n en fonction de l'entier naturel n.
2. Déterminer, d'après ce modèle, une estimation de la production mondiale des énergies renouvelables en 2020.
3. Selon l'Agence d'Information sur l'Énergie des États-Unis d'Amérique (EIA), l'approvisionnement pétrolier mondial a été, en 2016, d'environ 4,84 milliards de tonnes. On donne l'algorithme suivant :

```
U ← 1,82
K ← 0
Tant que U < 4,84
      U ← U × 1,026
      K ← K + 1
Fin Tant que
```

   Après exécution de cet algorithme, la variable K contient la valeur 39.
   Interpréter, dans le contexte étudié, cette valeur 39 ainsi que le contenu de la variable U.

Exercice 3 (3 points)

Dans cet exercice, les parties A et B sont indépendantes.

En France, les agents de la fonction publique d'état (FPE) se répartissent en trois catégories (Source : INSEE, 2010) :

- 51 % des agents sont de catégorie A ;
- 24 % des agents sont de catégorie B ;
- 25 % des agents sont de catégorie C.

Selon le rapport annuel sur l'état de la fonction publique :

- 60 % des agents de catégorie A sont des femmes ;
- 42 % des agents de catégorie B sont des femmes ;
- 51 % des agents de catégorie C sont des femmes.

On choisit de façon équiprobable le dossier d'un agent parmi ceux de la FPE.
On considère les événements suivants :

A : « le dossier est celui d'un agent de catégorie A »

B : « le dossier est celui d'un agent de catégorie B »

C : « le dossier est celui d'un agent de catégorie C »

F : « le dossier est celui d'un agent qui est une femme »

Pour tout événement G, on note $p(G)$ sa probabilité et $\overline{G}$ son événement contraire.

1. Compléter l'arbre pondéré traduisant la situation, donné **en annexe, à rendre avec la copie**.
2. Définir par une phrase, dans le contexte étudié, l'événement $A \cap F$, puis donner sa probabilité.
3. Montrer que la probabilité de l'événement F, arrondie au centième, est égale à 0,53.
4. Sachant que le dossier choisi est celui d'une femme, quelle est la probabilité qu'elle fasse partie de la catégorie A ?

Exercice 4 (8 points)

Les parties A, B et C sont indépendantes.

Au cours du mois d'août 2017, un parc de loisirs a vendu 16 000 billets d'entrée au prix unique de 50 euros.
On définit le chiffre d'affaires comme le produit du prix du billet d'entrée par le nombre de billets vendus. Ainsi, le chiffre d'affaires du mois d'août 2017 s'élève à 800 000 euros.
Suite à une étude de marché, on fait l'hypothèse suivante : une diminution de x % du prix du billet d'entrée par rapport à sa valeur au mois d'août 2017 (50 euros) entraîne une augmentation de $(2x)$ % du nombre d'entrées par rapport à sa valeur au mois d'août 2017 (16 000).

L'objectif de l'exercice est de calculer le pourcentage de diminution du prix du billet qui maximise le chiffre d'affaires.

Partie A : étude d'un exemple

Pour le mois d'août 2018, on envisage de diminuer le prix du billet d'entrée de 10 % par rapport à sa valeur en août 2017.

1. Quel serait alors le prix du billet d'entrée en août 2018 ?
2. Quel serait alors le nombre d'entrées en août 2018 ?
3. Vérifier que le chiffre d'affaires du mois d'août 2018 serait alors de 864 000 €.

Partie B : utilisation d'un tableur

On se propose d'étudier l'évolution du chiffre d'affaires en fonction du taux de diminution du prix du billet d'entrée par rapport à sa valeur en août 2017. Ce taux, exprimé en pourcentage, apparaît dans la première ligne du tableau donné ci-dessous, extrait d'une feuille de calcul.
Toutes les lignes du tableau sont au format *Nombre*.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	Taux de diminution (en pourcentage) :	0	10	20	30	40	50	60	70
2	Prix du billet d'entrée (en euro)	50	45	40	35	30	25	20	15
3	Nombre d'entrées	16 000	19 200	22 400	25 600	28 800	32 000	35 200	38 400
4	Chiffre d'affaires (en euro)	800 000	864 000	896 000	896 000	864 000	800 000	704 000	576 000

1. Quelle formule a-t-on pu saisir dans la cellule B4 pour obtenir, par recopie vers la droite, les chiffres d'affaires de la plage C4:I4 ?
2. Dans un premier temps, la cellule C2 a été complétée par la formule suivante : =B2*(1-C1/100).
   Expliquer pourquoi cette formule ne permet pas d'obtenir, par recopie vers la droite, les résultats de la plage D2:I2.
   Comment peut-on la modifier pour obtenir les valeurs affichées ?
3. Compte tenu des résultats donnés par le tableur, conjecturer des pourcentages de diminution du prix du billet d'entrée qui maximisent le chiffre d'affaires.

Partie C : étude d'une fonction

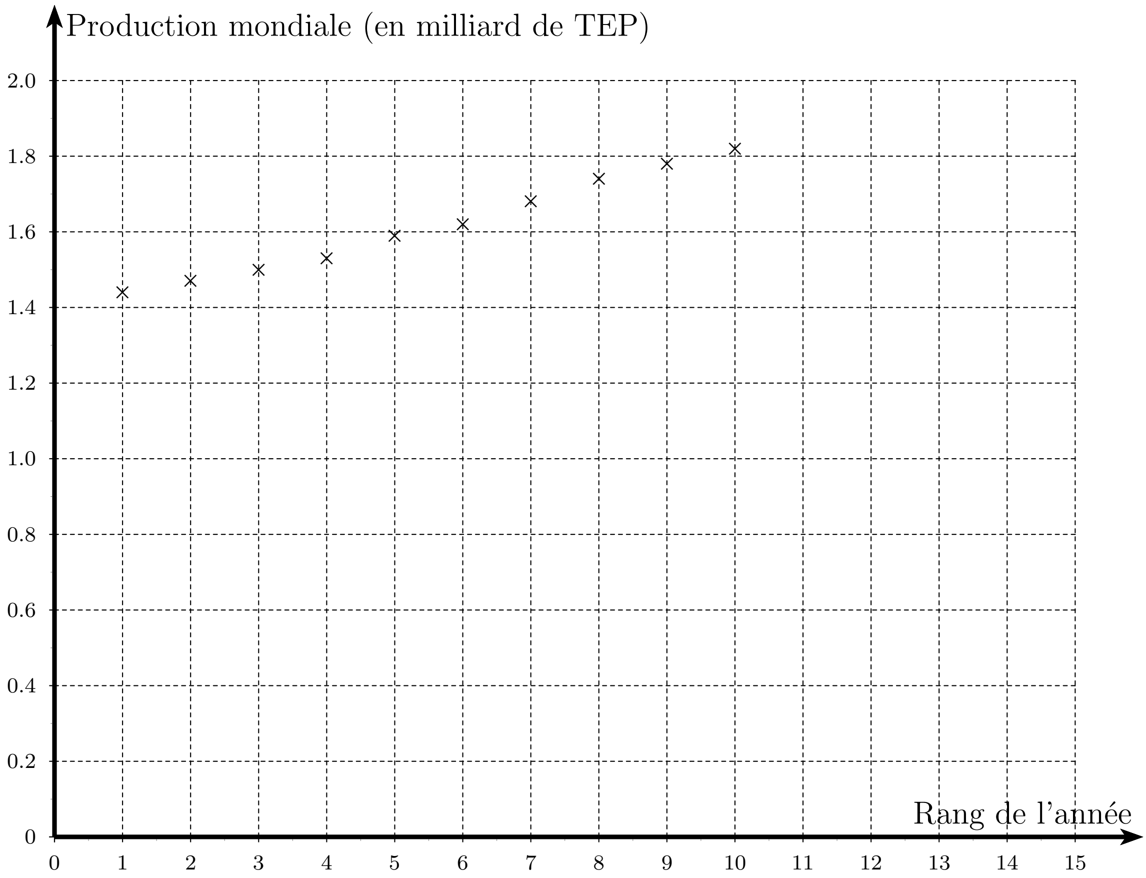
Soit f la fonction définie, pour tout x appartenant à l'intervalle $[0\,;100]$, par :

$$f(x) = -160x^2 + 8\,000x + 800\,000.$$

1. Déterminer les variations de la fonction f sur $[0\,;100]$.
2. Justifier que le prix du billet d'entrée, après une diminution de x % par rapport à sa valeur en août 2017, est égal à $50 - 0{,}5x$.
3. Déterminer le nombre d'entrées après une augmentation de $(2x)$ % par rapport au nombre d'entrées en août 2017.
4. Expliquer pourquoi la fonction f modélise le chiffre d'affaires du parc de loisirs.
5. Déduire de ce qui précède le pourcentage de diminution du prix du billet qui maximise le chiffre d'affaires.
6. Que vaut ce chiffre d'affaires maximal ?

Annexe à rendre avec la copie

Exercice 2



Exercice 3