BACCALAURÉAT GÉNÉRAL

SESSION 2018

MATHÉMATIQUES – Série ES

ENSEIGNEMENT OBLIGATOIRE

DURÉE DE L'ÉPREUVE : **3 heures.** – COEFFICIENT : **5**

MATHÉMATIQUES – Série L

ENSEIGNEMENT DE SPÉCIALITÉ

DURÉE DE L'ÉPREUVE : **3 heures.** – COEFFICIENT : **4**

Ce sujet comporte 6 pages numérotées de 1 à 6,
dont l'annexe page 6 est à rendre avec la copie.

L'usage de tout modèle de calculatrice, avec ou sans mode examen, est autorisé.

Le candidat est invité à faire figurer sur la copie toute trace de recherche, même incomplète ou non fructueuse, qu'il aura développée.
Il est rappelé que la qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies.

Le candidat s'assurera que le sujet est complet, qu'il correspond bien à sa série et à son choix d'enseignement (obligatoire ou spécialité).

Exercice 1 (5 points)
Commun à tous les candidats

Cet exercice est un QCM (questionnaire à choix multiples). Pour chacune des questions posées, une seule des quatre réponses est exacte. Recopier sur la copie le numéro de la question et la lettre correspondant à la réponse exacte. Aucune justification n'est demandée. Une réponse exacte rapporte 1 point ; une réponse fausse, une réponse multiple ou l'absence de réponse ne rapporte ni n'enlève aucun point.

1. On considère l'algorithme ci-contre :

   On affecte 3 à la variable N.
   Que contient la variable S, arrondie au dixième, à la fin de l'exécution de l'algorithme ?

```
v ← 9
S ← 9
Pour i allant de 1 à N
    v ← 0,75 × v
    S ← S + v
Fin Pour
```

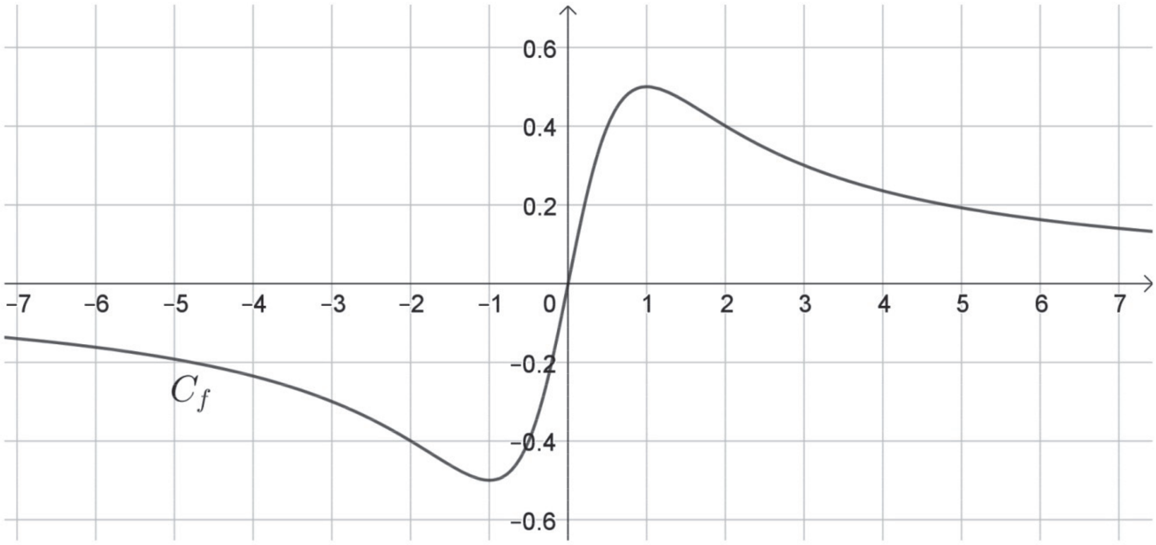
   a) $24{,}6$ b) -25 c) 27 d) $20{,}8$

2. Soit a un réel, l'expression $\frac{2\mathrm{e}^{a-1}}{(\mathrm{e}^{a})^{2}}$ est égale à :

   a) 1 b) $2\mathrm{e}^{3a-1}$ c) e^{-2} d) $\frac{2}{\mathrm{e}^{a+1}}$

Pour les questions 3, 4 et 5, on considère la fonction f définie et dérivable sur $\mathbb{R}$ dont la courbe représentative C_f est donnée ci-dessous.

On note f' la fonction dérivée de f et f'' la fonction dérivée de f'.



3. Le nombre de solutions dans $[-7\,;7]$ de l'équation $f'(x) = 0$ est :
   a) 0 b) 1 c) 2 d) 3

4. Une valeur approchée de la solution de l'équation $f(x) = -0{,}3$ sur l'intervalle $[-1\,;\,6]$ est :
   a) -3 b) $-0{,}3$ c) $0{,}3$ d) 3

5. Le nombre de points d'inflexion dans $[-7\,;7]$ de C_f est :
   a) 0 b) 1 c) 2 d) 3

Exercice 2 (5 points)
Commun à tous les candidats

Les parties A, B et C sont indépendantes.
Dans tout l'exercice, les résultats seront arrondis, si besoin, au millième.

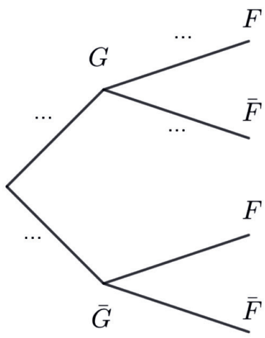
Partie A

Une étude réalisée dans des écoles en France indique que 12,9 % des élèves sont gauchers. Parmi ces gauchers, on trouve 40 % de filles.
On choisit au hasard un élève et on considère les événements suivants :

- G : « l'élève est gaucher » ;
- F : « l'élève est une fille ».

Pour tout événement A, on note $P(A)$ sa probabilité et $\bar{A}$ son événement contraire. De plus, si B est un événement de probabilité non nulle, on note $P_B\ (A)$ la probabilité de A sachant B.

1. Recopier l'arbre pondéré ci-contre et traduire sur cet arbre les données de l'exercice.
2. Quelle est la probabilité que l'élève choisi soit une fille gauchère ?
3. Dans ces écoles, il y a 51 % de filles.
   Montrer que $P(\bar{G} \cap F) = 0{,}4584$.
4. Sachant que l'on est en présence d'une élève fille, quelle est la probabilité qu'elle soit droitière ?



Partie B

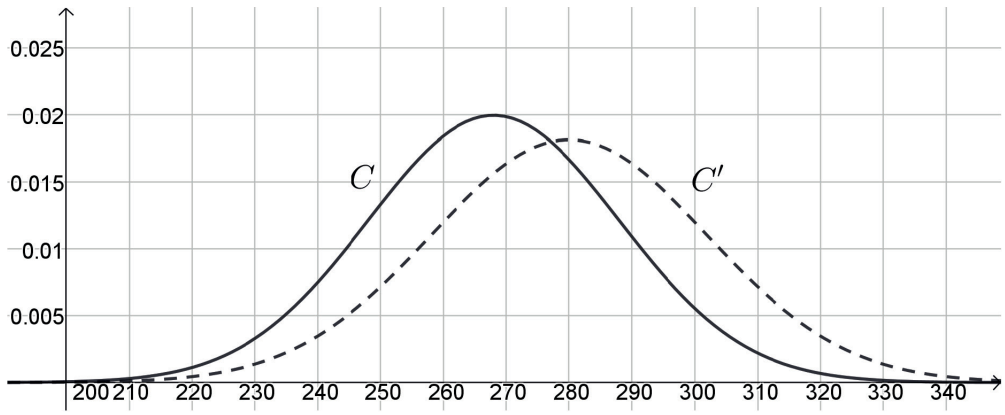
En France, la proportion de gauchers est de 13 %.
Un club d'escrime compte 230 adhérents dont 110 gauchers.

1. Quelle est la fréquence de gauchers observée dans le club d'escrime ?
2. À l'aide d'un intervalle de fluctuation asymptotique au seuil de 95 %, déterminer si le club d'escrime est représentatif de la population française.

Partie C

Le temps de réaction en milliseconde chez les escrimeurs gauchers est modélisé par une variable aléatoire X qui suit la loi normale d'espérance $\mu_1 = 268$ et d'écart type $\sigma_1 = 20$.
Le temps de réaction en milliseconde chez les escrimeurs droitiers est modélisé par une variable aléatoire Y qui suit la loi normale d'espérance $\mu_2 = 280$ et d'écart type $\sigma_2 = 22$.

1. a) Déterminer $P(X \leq 300)$ et $P(Y \leq 300)$.
   b) Interpréter ces résultats dans le contexte de l'exercice.
2. Sur le graphique ci-dessous, les courbes C et C' représentent les fonctions de densité des variables aléatoires X et Y.
   Indiquer, pour chaque variable aléatoire X et Y, la courbe correspondante. Justifier.



Exercice 3 (5 points)
Candidats de la série ES n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité et candidats de la série L

Une école de danse a ouvert ses portes en 2016. Cette année là, elle comptait 800 inscrits. Chaque année, elle prévoit une augmentation de 15 % des inscriptions ainsi que 90 désinscriptions.

Pour tout entier naturel n, on note u_n le nombre d'inscrits l'année $2016+n$.

Chaque inscrit paye une cotisation annuelle de 150 euros, sur laquelle l'école conserve un bénéfice de 20 euros après avoir payé tous ses frais fixes. L'école économise ce bénéfice afin de construire une nouvelle salle de danse. Pour cela, elle a besoin d'un budget de 125 000 euros.

Partie A

Les données sont saisies dans une feuille de calcul donnée en annexe.
Le format de cellule a été choisi pour que les nombres de la colonne C soient arrondis à l'unité.

1. Quelle formule peut-on saisir en C3 pour obtenir, par recopie vers le bas, le nombre d'inscrits l'année n ?
2. Quelle formule peut-on saisir en E3 pour obtenir, par recopie vers le bas, le bénéfice cumulé à l'année n ?
3. Compléter sur l'annexe, à rendre avec la copie, les six cellules des lignes qui correspondent aux années 2021 et 2022.
4. En quelle année l'école pourra-t-elle construire sa nouvelle salle de danse ?

Partie B

1. Justifier que, pour tout entier naturel n, $u_{n+1} = 1{,}15u_n - 90$ et préciser u_0.
2. On considère la suite (v_n) définie, pour tout entier naturel n, par $v_n = u_n - 600$.
   a) Montrer que la suite (v_n) est une suite géométrique.
   Préciser sa raison et son premier terme v_0.
   b) Pour tout entier naturel n, exprimer v_n en fonction de n.
   c) En déduire que pour tout entier naturel n, $u_n = 200 \times 1{,}15^n + 600$.
3. À partir de quelle année, cette école accueillera-t-elle plus de 2000 adhérents ?

Exercice 4 (5 points)
Commun à tous les candidats

Une entreprise vend des voitures télécommandées. La vente mensuelle varie entre 1000 et 5000 voitures.
Une étude montre que la recette mensuelle totale de l'entreprise est de 70 000 euros lorsqu'elle vend 1000 voitures.

On note $r(x)$ la recette mensuelle réalisée par l'entreprise, exprimée en dizaine de milliers d'euros, pour la vente de x milliers de voitures.

1. Donner $r(1)$.
2. On admet que, pour tout $x \in [1\,;5]$, la recette mensuelle est modélisée par :

$$r(x) = 6 + x + 2\ln(x)$$

   a) Montrer que, pour tout $x \in [1\,;5]$,

$$r'(x) = \frac{x+2}{x}$$

   b) Étudier les variations de r sur l'intervalle $[1\,;\,5]$.

3. a) Justifier que l'équation $r(x) = 10$ admet une unique solution α dans l'intervalle $[1\,;5]$, puis donner une valeur approchée de α au millième.

   b) Déterminer le nombre minimal de voitures télécommandées vendues à partir duquel l'entreprise réalise une recette supérieure à 100 000 euros.

4. a) Soit g la fonction définie pour tout $x \in [1\,;5]$ par $g(x) = 2\ln(x)$.
   Montrer que la fonction G définie pour tout $x \in [1\,;\,5]$ par

$$G(x) = 2x(\ln(x) - 1)$$

   est une primitive de la fonction g.

   b) En déduire une primitive R de la fonction r sur l'intervalle $[1\,;\,5]$.

   c) Donner une valeur approchée à la dizaine d'euros de la valeur moyenne de la recette totale lorsque l'entreprise vend entre 2000 et 4000 voitures télécommandées.

ANNEXE À RENDRE AVEC LA COPIE

Exercice 3

	A	B	C	D	E
1	**année**	**rang de l'année**	**nombre d'inscrits**	**bénéfice annuel**	**bénéfices cumulés**
2	2016	0	800	16000	16000
3	2017	1	830	16600	32600
4	2018	2	865	17300	49900
5	2019	3	904	18080	67980
6	2020	4	950	19000	86980
7	2021	5			
8	2022	6			