
2015 jetons

Question

2015 jetons bicolores (blancs d'un côté, noirs de l'autre) sont posés sur une table. Alice et Bob jouent alors à un (long) jeu : chacun leur tour, ils ont le choix entre retourner ou retirer un certain nombre de jetons de la même couleur. Il est interdit de ne rien faire. Le vainqueur est celui qui retire le dernier jeton.

Qui peut s'assurer de gagner ?

Réponse

Le premier joueur peut s'assurer de gagner : puisque 2015 est impair, il y a strictement plus de jetons d'une couleur que de l'autre. En retirant ces jetons surnuméraires, le premier joueur donne donc le trait à son adversaire dans une situation symétrique : il y a maintenant autant de jetons de chaque couleur (remarquons que si la situation de départ était complètement monochrome, suivre cette stratégie revient à tout retirer, ce qui provoque immédiatement la victoire).

Maintenant, que le deuxième joueur retire des jetons ou qu'il en retourne, il brisera cette symétrie. Le premier joueur pourra à nouveau retirer des jetons pour rendre la situation symétrique.

En continuant cette stratégie, on voit que le premier joueur rendra toujours à son adversaire une situation symétrique et que le second brisera toujours cette symétrie. Comme le premier joueur ne fait que retirer des jetons, le jeu est assuré de se terminer après au plus 2015 coups du premier joueur. *In fine*, le deuxième joueur sera obligé de prendre le dernier jeton d'une couleur, offrant ainsi la victoire à son adversaire.