

---

## Pas d'anagrammes parmi les puissances de 2

---

### Question

On dit qu'un entier  $n$  est une *anagramme* de  $m$  si on peut écrire  $n$  en permutant les chiffres de  $m$ . On ne compte pas les 0 non significatifs que l'on peut ajouter à gauche : 330 est une anagramme de 303, mais pas de (0)33.

Une puissance de 2 peut-elle être l'anagramme d'une autre puissance de 2 ?

### Réponse

Si  $n = 2^a$  est une anagramme de  $m = 2^b$ , ils ont particulier le même nombre  $r$  de chiffres. Cela signifie que  $10^{r-1} \leq n, m < 10^r$ . Or, comme  $2^4 = 16 > 10$ , on ne peut jamais trouver cinq puissances de 2 ayant le même nombre de chiffres. (En fait, le nombre de puissances de 2 ayant  $k$  chiffres vaut toujours 3 ou 4, mais on n'en a pas besoin ici).

Par ailleurs, si deux nombres sont anagrammes l'un de l'autre, la somme de leurs chiffres est la même, et ils sont donc congrus modulo 9. Or, les puissances de 2, modulo 9, sont périodiques de période 6 :  $2^6 = 64 \equiv 1 \pmod{9}$  :

k modulo 6	0	1	2	3	4	5
$2^k$ modulo 9	1	2	4	8	7	5

Ainsi, quatre puissances consécutives de 2 n'auront des sommes de chiffres égales, donc, en particulier, les puissances de 2 ne sont jamais des anagrammes l'une de l'autre.