

Tutorat de mathématiques

Année 2005

Devoir 1

Divisibilité et dernier chiffre

1) Quel est le chiffre des unités du résultat de l'opération :

$$(15\,478 - 4\,571) \times (215\,777 + 1\,457\,130)$$

Quel est le chiffre des dizaines ?

2) Le nombre 2005^{2005} est-il pair ou impair ?

3) Le nombre $111\dots 111$, composé de 3000 fois le chiffre 1, est-il divisible par 3 ?
Par 5 ? Par 9 ?

4) Existe-t-il un entier n tel que n^2 se termine par 3 ?

5) On note $n!$ (lire **factorielle n**) le produit $1 \times 2 \times 3 \times \dots \times n$. Par exemple $2! = 1 \times 2 = 2$, $3! = 1 \times 2 \times 3 = 6$, puis $4! = 24$ et ainsi de suite.

a) Quel est le dernier chiffre de $11!$?

b) Quel sont les douze derniers chiffres de $111!$?

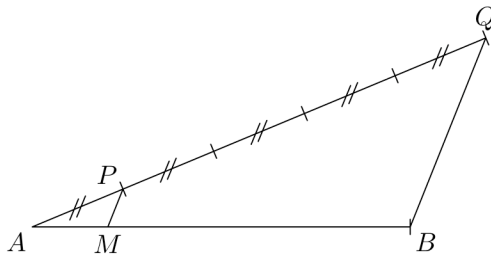
Règle et compas

1) Construire à la règle non graduée et au compas un angle de 45 degrés.

2) Construire à la règle non graduée et au compas un angle de 60 degrés.

3) Proposer une construction à la règle non graduée et au compas pour partager un segment en quatre segments de même longueur.

4) On se donne la figure suivante, où les droites (MP) et (BQ) sont parallèles :



a) Montrer que $AM = \frac{AB}{5}$

b) En déduire une construction à la règle non graduée et au compas pour partager un segment donné en cinq segments de même longueur.

c) Proposer une construction à la règle non graduée et au compas pour partager un segment en 7 segments de même longueur. Même question en 11 segments. En 1247 segments.

Logique et pavages

1) Le gentil héros se retrouve face à la confrontation finale. Il est dans une salle au fond de laquelle se trouvent trois portes donnant sur trois prisons gardées par trois vaillants logiciens. Chaque logicien soit dit toujours la vérité, soit ment toujours. Chacun des trois logiciens sait quel est le comportement de deux autres. Le héros s'approche et les logiciens parlent tour à tour :

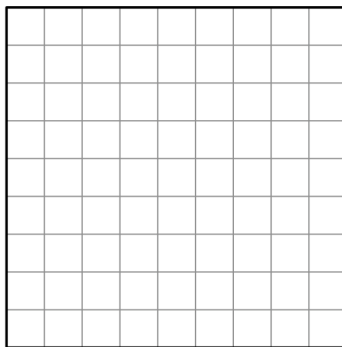
Le gardien de la première porte dit : « Derrière ma porte, il y a la princesse ».


Le gardien de la deuxième porte dit : « Derrière ma porte, il y a la princesse » puis ajoute « Il y a un et un seul menteur parmi nous ».

Le gardien de la troisième porte dit : « Nous sommes tous des menteurs ».

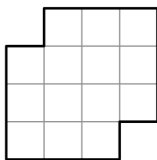
Où la princesse est-elle retenue prisonnière ?


2) Est-il possible de paver sans trou ni chevauchement le damier suivant :



avec des pièces de forme .

3) Est-il possible de paver sans trou ni chevauchement le damier suivant :



avec des pièces de forme .