

Jean-Henri Lambert (1728-1777): les 15 problèmes de géométrie de la règle

Roger Laurent

SOMMAIRE

Présentation par Roger Laurent & Jeanne Peiffer

Jean-Henri Lambert (1728-1777)

L'académicien de Berlin

Les premiers ouvrages de perspective

Les problèmes de géométrie de la règle

Bibliographie et liens

Extraits de *La place de J.-H. Lambert (1728-1777) dans l'histoire de la perspective*
(cedic: 1987)

Histoire de la perspective par J.-H. Lambert, p. 195-209

Les 15 problèmes de géométrie de la règle par J.-H. Lambert, p. 262-274

Bibliographie par R. Laurent, p. 285-296

Jean-Henri Lambert (1728-1777)

Jean-Henri Lambert naît en 1728 à Mulhouse, ville alsacienne alors rattachée à la Suisse, dans une modeste famille. Son père était tailleur. Doué, placé très jeune comme secrétaire dans un bureau des mines, il sera recruté à Bâle comme secrétaire chez le professeur de droit Iselin, lequel le recommande probablement comme précepteur des enfants d'une noble famille de Salis à Coire dans le canton des Grison. Il y restera jusqu'en 1756, et profitera de la riche bibliothèque de cette famille. Autodidacte, peu formé aux pratiques du monde, desservi par un physique ingrat, il sera reconnu par le savant bâlois Daniel Bernoulli (1700-1782), fils de Jean Bernoulli (1667-1748), et par Leonhard Euler (1707-1783), qui sera son défenseur à l'Académie de Berlin devant le grand Frédéric II. Celui-ci, dans une lettre qu'il adresse à d'Alembert, probablement en janvier 1765, campe en deux mots le personnage de notre méditatif Jean-Henri Lambert :

«On m'a, pour ainsi dire, presque forcé de prendre la plus maussade créature qui soit dans l'univers pour la mettre dans notre Académie. Il se nomme Lambert, et, quoique je puisse attester qu'il n'a pas le sens commun, on prétend que c'est un des plus grands géomètres de l'Europe. Mais, comme cet homme ignore les langues des mortels et qu'il ne parle qu'équations et algèbre, je ne me propose pas de sitôt d'avoir l'honneur de m'entretenir avec lui. En revanche, je suis très content de M. Toussaint, dont j'ai fait l'acquisition. Sa science est plus humaine que celle de l'autre. Toussaint est un habitant d'Athènes, et Lambert un Caraïbe ou quelque sauvage des côtes de Cafre. Cependant, jusqu'à M. Euler, toute l'Académie est à genoux devant lui, et cet animal, tout crotté du borbier de la plus crasse pédanterie, reçoit ces hommages comme Caligula recueillait ceux du peuple romain, chez lequel il voulait passer pour dieu. Je vous prie que ces petites anecdotes de notre Académie ne sortent pas de vos mains»

Bernoulli voyait en Lambert un personnage modeste, « installé dans le sage célibat », tout consacré à ses recherches, toujours prêt à théoriser un problème concret qui lui était posé.

Ainsi, il développera la cartographie à partir de l'étude des remembrements de territoires annexés par Frédéric II, et il laissera son nom à "la projection cartographique Lambert".

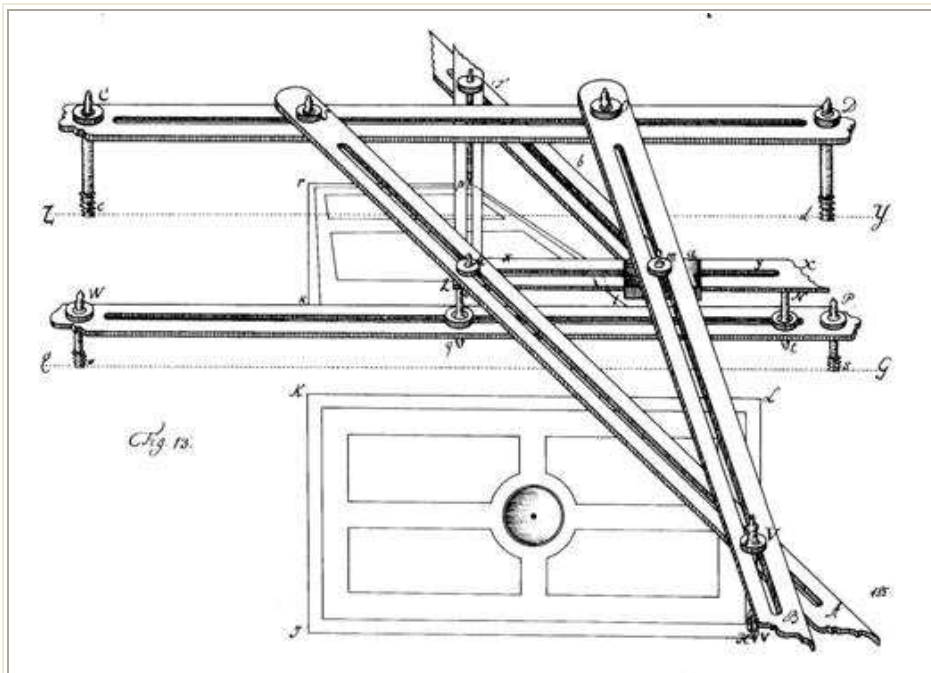
Le chercheur intéressé par les travaux de Lambert pourra consulter les «*Lettres cosmologiques sur l'organisation de l'Univers*», le fameux «*Insigniores Orbitae Cometarum Proprietates*» ou traité sur les propriétés des orbites des comètes. Personne n'ignore son travail de mathématiques pures sur l'irrationalité du nombre pi. Il rassemblera les éléments pour ses œuvres philosophiques dans le «*Novum organon*» qu'il publiera en 1764 à Leipzig.

L'académicien de Berlin (1765-1777)

Sa production scientifique et philosophique sera considérablement augmentée pendant les 12 années qu'il passera à l'Académie Royale des Sciences et Belles Lettres de Berlin, justifiant ainsi pleinement sa pension par la production de travaux de tous ordres qu'exigeait Frédéric II. Il publie notamment les «*Contributions mathématiques à l'étude de la mortalité et de la nuptialité*» entre 1765 et 1772. L'édition critique bilingue de ces *Contributions* vient d'être publiée par Jean-Marc Rohrbasser, Jacques Véron et Marc Barbut à l'Institut national d'études démographiques, Paris 2006 (voir bibliographie).

Les premiers ouvrages de perspective

Son premier travail sur la perspective est l'«*Anlage zur Perspektive*» ou l'«*Essai sur la Perspective*», août 1752, publié pour la première fois par Max Steck en 1943 dans ses «*Schriften zur Perspektive*» en langue allemande et publié en langue française en 1981, traduction française de Jeanne Peiffer, présentation et annotations par Roger Laurent, préface de René Taton, chez Monom (voir bibliographie). Le lecteur y trouvera les principes de la construction d'une machine à perspectives, démonstrations géométriques, bien avant son informatisation.



Le perspectographe de Lambert.
Cet instrument a été construit pour la Cité des Sciences et de l'Industrie de la Vilette en 1983 selon les plans de Lambert.

Quelles sont les motivations de Lambert? Les leçons qu'il donne aux enfants Salis à Coire? Les lectures puisées dans la riche bibliothèque des Salis? Dans son journal des mois de mars et mai 1752, il note en effet « dessins des montagnes de Coire ». Son goût pour le dessin semble remonter à cette époque où, impressionné par la beauté des paysages des Grisons il souhaite dessiner «ces montagnes qui s'amenuisent de plus en plus pour enfin s'évanouir».

C'est en 1759 qu'il publie en français, sans doute influencé par les livres scientifiques des auteurs français, «*La perspective affranchie de l'embaras du plan géométral*» où Lambert développe des principes géométriques de la construction de perspectives sans être contraint par l'utilisation souvent encombrante du plan géométral où sont décrits les objets à représenter en perspective. Ce projet aurait pris naissance à Marseille au cours d'un voyage qu'il fit en 1758 avec ses élèves. Le lecteur découvrira les cinq principes de construction d'une perspective par des propriétés géométriques : le transporteur ou échelle d'angles, l'échelle naturelle, le centre de division associé à une transversale, le perspectographe, la restitution d'une perspective (réédition en 1977, Alain Brioux, Paris).

Les problèmes de la géométrie de la règle

En 1774 Lambert réédite en allemand sa «*Perspective affranchie du plan géométral*» qu'il avait publiée en français et en allemand en 1759. Il complète cet ouvrage de notes additionnelles: «*Anmerkungen und Zusätze*». Ce sont ces «*Notes et additions à la perspective affranchie du plan géométral*» que Jeanne Peiffer a traduit en langue française. On y trouve les fameux quinze problèmes de la géométrie de la règle, mis en ligne dans ce dossier, qui contribueront au passage de la perspective à la géométrie projective. En effet, J.P.N. Hachette les proposera aux élèves de l'Ecole Polytechnique dans la «*Correspondance sur l'Ecole Polytechnique, 1804-1808*», et ces publications n'échapperont pas à Gaspard Monge, à Jean Victor Poncelet et à Michel Chasles. Ce dernier en fait l'éloge dans son «*Aperçu historique sur l'origine et le développement des méthodes en géométrie*» (1837) en parlant du «*célèbre Lambert, autre Leibniz par l'universalité et la profondeur de ses connaissances, son goût pour la géométrie dont il sut faire les plus savantes applications*» (p. 185).

Ces «*Notes et additions à la perspective affranchie du plan géométral*» débutent avec une "*histoire de la perspective*" très fournie. Aucune histoire de la perspective de cette ampleur n'existait avant cet essai de Lambert: seuls Montucla (dans *Histoire des mathématiques*, 1758), et Savérien (dans *Histoire des progrès de l'esprit humain dans les sciences exactes*, 1766) avaient accordé deux brèves notices à ce sujet. Cet essai est d'autant plus intéressant qu'il s'interroge sur ce que veut dire écrire l'histoire de cette science:

"*Elle (l'histoire de la perspective) ne doit pas être un simple répertoire d'écrits sur la perspective et de leurs auteurs, mais elle doit indiquer avec précision les étapes de son enrichissement et de son perfectionnement*" [*La place de J-H. Lambert...*, p. 195].

C'est cette histoire de la perspective par J-H. Lambert est mise en ligne dans ce dossier.

Bibliographie

Oeuvres de Jean-Henri Lambert

Jean-Henri Lambert, *La perspective affranchie de l'embaras du plan géométral*, réimpression de l'édition de 1759, préface de H. Pfeiffer, Alain Brieux, Paris, 1977

Jean-Henri Lambert, *Essai sur la perspective*, traduction française de l'édition allemande de 1752 par Jeanne Peiffer, présentation et annotations par Roger Laurent, préface de René Taton, Monom, Paris, 1982.

Jean-Henri Lambert, *Contributions mathématiques à l'étude de la mortalité et de la nuptialité (1765-1772)*, Edition critique, bilingue, par Jean-Marc Rohrbasser et Jacques Véron, suivie de "*Les équations de Lambert*" par Marc Barbut, INED, Classiques de l'économie, Paris, 2006.

Ouvrages sur Jean-Henri Lambert et sur l'histoire de la perspective

Kirsti Andersen, *The Geometry of an Art: The History of the Mathematical Theory of Perspective from Alberti to Monge*, Springer, 2006

Albert Flocon et René Taton, *La perspective*, Que sais-je ?, PUF, Paris, 1963

Roger Laurent, *La place de J-H. Lambert (1728-1777) dans l'histoire de la perspective*, cedec, Paris, 1987.

Liens

[Bibliotheca perspectivae](#) de l'Istituto e Museo di Storia delle Scienze

Jean-Henri Lambert

Notes et Additions
(1774)
à la
**Perspective
affranchie
de l’embarras
du plan géométral**

Notes et additions au troisième paragraphe

Traduction de Jeanne Peiffer
Notes de Roger Laurent et Jeanne Peiffer

Texte extrait de

Roger Laurent, *La place de J-H. Lambert (1728-1777) dans l'histoire de la perspective*, cedric,
Paris, 1987, p. 195-209

Ces notes de Jean-Henri Lambert portent sur
l'histoire de la perspective.

L'histoire de la perspective, que je n'avais nullement l'intention de présenter dans la première édition, n'aurait pu être raisonnablement évoquée dès cette époque. Elle ne doit pas être, en effet, un simple répertoire d'écrits sur la perspective et de leurs auteurs, mais elle doit indiquer avec précision les étapes de son enrichissement et de son perfectionnement. Une telle histoire suppose néanmoins comme préalable que les lecteurs connaissent tous les principes de construction perspective sans lesquels il leur sera difficile d'apprécier les progrès accomplis à chaque étape.

Écrire une telle histoire de la perspective n'est d'ailleurs pas chose aisée. L'« Histoire des Mathématiques » de Monsieur Montucla⁽¹⁾ n'a paru qu'en 1758, alors que je commençais à publier la première édition. Je n'en ai pris connaissance, ainsi d'ailleurs que de celle éditée par Monsieur Savérien⁽²⁾ en 1756, que plusieurs années plus tard. Pour autant que je sache, ce sont là les seuls ouvrages relatifs à l'histoire de la perspective. Monsieur Montucla indique aussi expressément qu'il n'a encore rien vu de semblable et qu'il espère faire plaisir à ses lecteurs en exposant ce qu'il en sait. L'exposé des deux ouvrages est succinct⁽³⁾ et il reste donc beaucoup de choses à rajouter. La première question à poser est celle du premier inventeur de la perspective. Il est donc bien naturel de rechercher si celle-ci était déjà connue des Anciens⁽⁴⁾. On peut fortement en douter. Monsieur Lessing dans son « Laocoon »⁽⁵⁾, puis dans ses

X

p. 6

(1) Jean-Étienne Montucla, *Histoire des mathématiques*, Paris 1758, 2 vol., in-4°. Cf. [128].

Montucla, conformément à l'usage, traite de perspective dans la partie « *Mathématiques mixtes* », dans le chapitre intitulé *Optique*, p. 632-638. En effet, étymologiquement, perspective dérive du latin « *perspicere* » (voir clairement); « *Optiké* » (science de la vision) en grec.

Jusqu'à la fin du Moyen Age, la perspective désigne l'étude des phénomènes de la vision : conséquences géométriques qui découlent des lois de la vision dans l'antiquité classique, aspects physiques et psychologiques de la vision au Moyen Age. A la Renaissance, il se produit, en Italie, une distinction entre « *perspectiva naturalis* » ou « *communis* », ensemble des lois de la vision, et « *perspectiva artificialis* » ou « *pingendi* », méthode de représentation de l'espace.

(2) Alexandre Savérien, *Histoire des progrès de l'esprit humain dans les sciences exactes...*, Paris, 1766 (et non 1756, comme l'indique Lambert par erreur). Cf. [151-2], p. 253-256.

(3) Aucune histoire de la perspective en tant que telle n'existait avant cet essai de Lambert. Montucla y consacre 7 pages, dont 3 aux anamorphoses, et Savérien 4. Lambert est donc le premier à avoir rassemblé en un ensemble cohérent de 31 pages des éléments de l'histoire de cette discipline.

(4) La question de savoir si les Anciens ont connu la perspective centrale constitue encore aujourd'hui l'objet d'un débat. En effet, elle fut reposée, en 1927, dans la multiplicité de ses aspects, par Erwin Panofsky dans *La perspective comme forme symbolique*. Cf. [137]. Il y démontre brillamment que les Anciens ignoraient la perspective linéaire et formule l'hypothèse que les peintres de l'Antiquité avaient à leur disposition un procédé géométrique de construction qui utilise la projection sur une surface sphérique, et non plane, comme celui de la Renaissance. Mettant en évidence le caractère historique de la perspective, Panofsky nie l'existence d'une seule et même perspective (toujours linéaire) et montre que chaque époque et chaque culture élabore son propre système perspectif, expression ou mieux encore « forme symbolique » des conceptions scientifiques et philosophiques de l'espace. Les thèses panofskyennes ont donné une impulsion féconde à la recherche en histoire de l'art, mais n'ont pas été universellement acceptées. Pour l'état actuel du débat, cf. Marisa Dalai-Emiliani, Préface à [137] et art. « Perspective » dans *Encyclopaedia Universalis*.

(5) Gotthold-Ephraïm Lessing, *Laocoon, ou Des limites de la peinture ou de la poésie*, trad. fr. par A. Courtin, Paris 1866. Cf. [110-1].

Œuvre d'esthétique, parfaitement achevée dans la forme et le raisonnement, le *Laocoon* a exercé la plus grande influence sur la critique d'art. Sur la perspective, cf. Partie XIX, p. 331-335.

« Lettres antiques »⁽⁶⁾ avance diverses raisons en faveur de cette hypothèse, et Monsieur Lippert dans sa « Dactylothèque »⁽⁷⁾ ne voit que peu de perspective dans tout ce qu'on pourrait qualifier de perspective dans les dessins des Anciens, c'est-à-dire à peine autant qu'on pourrait en attendre d'un œil exercé. Il est vrai que Monsieur Klotz essayait de démontrer le contraire⁽⁸⁾, tout en admettant cependant que les Anciens n'ont utilisé qu'une espèce de perspective militaire⁽⁹⁾; c'est-à-dire qu'ils ont procédé « cavalièrement »⁽¹⁰⁾.

Savérien et Montucla citent toutefois un passage de la préface du 7^e livre de Vitruve⁽¹¹⁾, qui mérite d'être pris en considération. Je le reproduirai ici mot à mot puisqu'il faut d'abord le déchiffrer avant de pouvoir se fier à une traduction. C'est le suivant :

p. 7 *Namque primum Agatarchus Athenis, Aeschylō docente tragoediam scenam fecit, & de ea Commentarium reliquit. Ex eo moniti Democritus & Anaxagoras de eadem rescripserunt, quemadmodum oporteat ad aciem oculorum radiorumque extensionem, certo loco centro constituto, ad lineas ratione naturali respondere: Uti de incerta re certae imagines aedificiorum in scenarum picturis redderent speciem, & quae in directis planisque frontibus sint figuratae, alia abscondentia alia prominentia videantur.*

(6) Feuilletonniste de génie, critique sévère, auteur plein de verve, G. E. Lessing, après son départ forcé du théâtre national de Hambourg, régla ses comptes en envoyant à l'adresse de ses détracteurs une suite d'articles, chefs-d'œuvre de persiflage: ce sont les lettres antiques (*Briefe antiquarischen Inhalts*, Berlin, 1768-1769). Dans la neuvième lettre, adressée à C. A. Klotz, « qui ne supporte guère qu'on dénie la connaissance de la perspective aux anciens », Lessing défait avec une rigueur impitoyable les arguments avancés par Klotz et y distingue entre sens large et sens étroit du concept de perspective: au sens large, elle serait « la science qui consiste à présenter sur une surface des objets tels qu'ils apparaissent à notre regard » à une certaine distance. « Dénier » alors « aux Anciens la perspective étendue de la sorte serait folie pure. Cela signifierait en effet qu'on leur déniât non seulement la perspective, mais l'art du dessin tout entier, dans lequel pourtant ils excellèrent. Personne n'a pu soutenir une thèse semblable. Mais, quand on conteste que les Anciens aient connu la perspective, c'est qu'on entend le mot en son sens étroit, celui que les artistes lui donnent. Or les artistes entendent par là la science qui consiste à représenter plusieurs objets avec la partie de l'espace dans laquelle ils se trouvent de la façon dont ces objets, dispersés sur différents plans de l'espace, et cet espace lui-même, apparaîtraient à l'œil placé en un seul et même lieu ».

Pour l'essentiel, Panofsky, dans [137], fait sienne cette deuxième définition de Lessing, ce qui montre l'influence que ce dernier continue à exercer au XX^e siècle.

(7) Philippe-Daniel Lippert, *Dactylothèque, c'est-à-dire recueil de pierres antiques gravées...* (éd. lat., 1756; éd. all., 1767).

Il est intéressant de remarquer que les grandeurs visuelles sont, chez Lippert, artiste s'adressant aux artistes, déterminées, non par l'éloignement des objets relativement à l'œil mais uniquement par la mesure de l'angle visuel (cf. chap. II.6.), ce qui correspond encore à la *perspective angulaire* d'Euclide dont Panofsky a postulé l'existence chez les Anciens.

(8) Christian-Adolf Klotz (1738-1771), connu aujourd'hui à travers les polémiques impitoyables que Herder et Lessing ont mené, à juste titre, contre lui, jouissait en son temps d'une excellente réputation. Son succès était dû à sa capacité de se familiariser rapidement, sans recherches approfondies, avec divers domaines de la connaissance, à son érudition « précieuse » sur l'antiquité, très appréciée à l'époque, et à son style facile et drôle tant en allemand qu'en latin. Fervent admirateur de l'art des Anciens, il entreprit de démontrer, à l'aide des pierres gravées et des monnaies, que les Anciens connaissaient les règles de la perspective. Cf. *Beytrag zur Geschichte des Geschmacks und der Kunst aus Münzen*, Altenburg, 1767, *Über den Nutzen und Gebrauch der alten geschnittenen Steine und ihrer Abdrücke*, Altenburg, 1768.

Le début de ce passage est purement historique et facile à expliquer. Les plus anciens décors de théâtre se composaient de verdure, de haies, de cabanes en feuillage, etc. S'ils paraissaient naturels dans les pastorales, ils ne représentaient que rarement le lieu de l'action dans les tragédies. Cette situation frappa Eschyle, et comme il était difficile de construire sur la scène des bâtiments, palais, etc., pour remplacer les branchages, il demanda au peintre Agatharque⁽¹²⁾ de créer un cadre plus approprié à la représentation de ses tragédies en peignant des bâtiments, qui, dressés sur l'emplacement des buissons, prendraient l'aspect de constructions véritables. Agatharque exécuta admirablement bien la commande, d'après les jugements de ses contemporains du moins. Dès lors les buissons étaient réservés aux spectacles satyriques ; on commença également à se préoccuper des décors pour les pièces de théâtre bourgeoises qui ne se déroulaient pas dans des palais mais dans des bâtiments communs, auberges, etc. Afin de disposer de plusieurs décors à la fois, les dessins furent exécutés sur trois surfaces verticales assemblées sous forme de prisme, de sorte que par simple rotation on pouvait présenter un quelconque des trois côtés et changer ainsi les décors de la scène selon les besoins. C'étaient les *Scenae versatiles* par opposition aux *ductilium*, qui pouvaient coulisser.

p. 8

Voici un *Commentarius* très intéressant, sur le plan historique, de la première partie du passage de Vitruve. La difficulté commence avec le terme *quemadmodum* et se prolonge jusqu'à la fin. Vitruve y parle de dessins devant être mis exactement en perspective pour qu'on les perçoive naturellement. Toutefois, il n'emploie pas, à ce que je vois, d'expressions propres à la perspective. Car le *certo loco centro constituto, ad lineas ratione naturali respondere* peut être interprété dans le sens de la perspective si l'on veut, mais il peut tout aussi bien l'être autrement, surtout si on isole ce passage de Vitruve. Le problème de la traduction est de ne rien ajouter à ce qu'a voulu dire Vitruve mais aussi de ne rien y retrancher. Montucla et Savérien concluent qu'il est effectivement question de dessins en perspective. Même Perrault⁽¹³⁾ traduit : *Représenter fort bien les édifices dans les perspectives que l'on fait aux décorations de théâtres, etc.*⁽¹⁴⁾. Un traducteur plus ancien, Jean Martin⁽¹⁵⁾ 1618, dit à cet endroit : *Que Démocrite et Anaxagore se trouvant stimulés de suivre cette route écrivirent en même style la pratique de perspective, etc.* Cela reviendrait à attribuer à

p. 9

(9) La perspective militaire ou cavalière est une perspective avec un point de vue rejeté à l'infini. Elle a l'avantage de conserver les parallèles et fut fréquemment utilisée — tout particulièrement en France — dans le dessin et autres constructions militaires ; d'où son nom de « militaire ou cavalière ».

L'indication de Klotz n'a bien sûr aucune valeur scientifique.

Dans l'édition française, (*Pers. aff.*, § 251, p. 148), l'appellation de perspective « militaire ou cavalière » est utilisée alors qu'elle ne l'est pas dans la version allemande.

(10) En français dans le texte ; ici Lambert fait un joli jeu de mots et il est donc permis de croire que, fort au courant de la polémique entre Lessing et Klotz, il se moque de la remarque de ce dernier.

(11) Vitruvius Pollio, architecte romain du I^{er} siècle av. J.-C., n'a exercé que peu d'influence sur l'architecture romaine officielle — sa seule construction civile étant la basilique de Fano sur l'Adriatique — mais a joué un rôle considérable au Quattrocento à travers son traité *De architectura*. La première édition imprimée date de 1486, mais plus de 20 copies manuscrites du XV^e siècle ont été retrouvées. Cf. [185], p. 208-212.

Cf. aussi *supra*, chap. II.1., note (4) p. 38 et chap. II.8., note (35) p. 59.

(12) Peintre du V^e siècle av. J.-C.

(13) Traduction déjà citée [185] de 1673 ; on retrouvera cette traduction au bas de la page 212 dans la réédition de 1979, éd. Balland.

(14) En français dans le texte.

(15) Il existe en effet une édition française plus ancienne de l'ouvrage de Vitruve, due à Jean Martin, illustrée par Jean Goujon ; les première et deuxième éditions ont paru à Paris en 1547, resp. en 1572, la troisième, citée par Lambert, à Cologne, en 1618.

Vitruve des concepts qu'il n'utilisait peut-être pas. Voilà pourquoi je me suis donné la peine de traduire⁽¹⁶⁾ le passage cité en premier lieu dans des termes aussi vagues que ceux du texte original, mais sans trop le respecter à la lettre. Voici cette traduction :

p. 10 « À Athènes, Agatharque fut le premier à exécuter, suivant les indications d'Eschyle, des décors scéniques adaptés aux représentations de tragédies et à nous en laisser une description. Ceci encouragea Démocrite et Anaxagore à écrire également sur ce sujet, à savoir comment le dessin doit correspondre, de manière rendant tout à fait naturellement, à la vision, à l'expansion des rayons visuels et aussi, au moyen d'un lieu choisi comme centre, aux lignes, et comment, dans un domaine encore peu exploré, certains tableaux peints sur les parterres de la scène peuvent néanmoins avoir l'aspect de vrais bâtiments et, dans les dessins tracés sur des plans verticaux dressés droit devant l'œil, quelques objets peuvent sembler s'éloigner et d'autres faire saillie. »

p. 11 Je trouve dans Vitruve un autre passage, dans le deuxième chapitre du premier livre⁽¹⁷⁾ qui pourrait apporter quelque lumière. Il y explique l'*Ichnologie* (représentation en plan), puis l'*Orthographie* (représentation en élévation), et finalement la *scénographie* (qui ne peut être rien d'autre qu'une espèce de représentation en perspective)⁽¹⁸⁾. Il dit : *Scenographia est frontis et laterum abscedentium adumbratio ad circinicum centrum omnium linearum responsus*. Ici il parle effectivement de lignes qui se rapportent toutes à un centre commun. Je cite : *Lineae respondent ad centrum* ; dans le passage ci-dessus : *Imagines (aedificiorum) respondent ad lineas certo loco centro constituto*. Il pourrait bien parler de la même sorte de lignes et de centre. Dans les deux cas il est question de représentations qui, pour être exactes, doivent être dessinées en perspectives. Alors le *centrum* serait le point de l'œil⁽¹⁹⁾, dans lequel doivent en effet concourir les *lineae laterum abscedentium*, si elles veulent apparaître comme des

(16) Voici la traduction lambertienne, allemande, du texte latin : « Zu Athen war Agatharchus der erste, welcher auf Angaben des Aeschylus dem Schauplatze eine dem Trauerspiel gemäße Verzierung gegeben und eine Beschreibung davon hinterlassen hat. Dieses munterte den Democritus und Anaxagoras auf, ebenfalls darüber zu schreiben, wie nämlich die Zeichnung dem Sehen und der Ausbreitung der Sehestrahlen und mittels eines zum Mittelpunkt gewählten Ortes, auch den Linien auf eine ganz natürlich fallende Art, entsprechen soll, und wie in einer noch wenig durchforschten Sache dennoch bestimmte Bilder auf den Schildereien der Schaubühne das Ansehen wirklicher Gebäude haben können, und bei den auf ebenen, gerade gegen das Auge gekehrten Flächen entworfenen Zeichnungen einiges sich in die Ferne ziehen, anderes vorwärts hervorstechend erscheine. »

Pour la traduction de Perrault, voir chap. II.1, note (4).

(17) Cf. p. 30 de [185].

(18) La scénographie était considérée, d'après Geminus et Proclus, comme une branche de l'Optique, celle « qui enseigne à faire voir dans des images des aspects non déformés ni disproportionnés par les distances et par la hauteur des dessins » (Proclus, *Commentaires sur le 1^{er} livre des Éléments d'Euclide*, trad. P. Ver Eecke, Bruges, 1948, p. 34-35). Elle semble avoir été beaucoup plus une technique artistique qu'une science proprement dite. Voir chap. III.4.1., le sens des termes *ichnologie*, *orthographie*, *scénographie* donné par B. Taylor, repris de Vitruve [185], p. 30.

(19) Point de fuite principal. Pour la terminologie lambertienne, voir chap. III.6.2., p. 110.

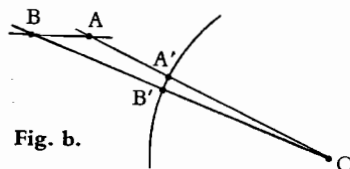
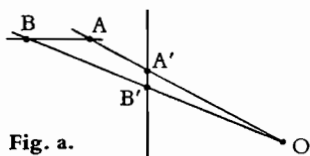
fuyantes⁽²⁰⁾. Ceci présuppose certes une *théorie* plus exacte de la direction des rayons visuels. Et Anaxagore⁽²¹⁾ a effectivement élaboré une telle théorie et l'a décrite dans son *Actinographie*⁽²²⁾. Il paraîtrait donc qu'Agatharque et les décorateurs de théâtres grecs qui lui ont succédé ne dessinaient pas sans avoir une connaissance théorique de la perspective.

Toujours est-il que c'est Agatharque qui a posé les premiers fondements d'une théorie de l'optique. Mais on ne peut pas dire qu'il l'ait beaucoup développée. Il vivait à une époque où Thalès a découvert le triangle isocèle (probablement prop. 5, I. Elem. Euclide)⁽²³⁾ et Pythagore le théorème portant son nom, c'est-à-dire à une époque où la géométrie en était encore à ses premiers théorèmes. La véritable théorie des couleurs est attribuée à Apollodore, ce dernier ayant vécu plus tard, et davantage encore à son disciple Zeuxis⁽²⁴⁾. Ainsi il semblerait donc qu'Agatharque n'ait pas beaucoup plus avancé.

Euclide vécut quelques 200 ans plus tard. Son « Optique » et sa « Catoptrique » indiquent l'état des connaissances optiques de l'époque. Certes, on prétend souvent que ces ouvrages sont indignes d'un Euclide et qu'on les lui attribue à tort, tant les démonstrations sont mal exposées. Ce seul argument ne me semble pas suffisant, Euclide n'étant pas le seul et de loin, à faire des déductions pertinentes, correctes et rigoureuses en géométrie, mais médiocres en physique⁽²⁵⁾. Mais soit, l'optique euclidienne nous montre en tout cas que, quelques siècles après l'époque d'Agatharque, les progrès accomplis en optique étaient faibles. Malgré cela

p. 12

(20) Les deux passages de Vitruve ont été discutés maintes fois par les érudits, mais leur interprétation est difficile. Tous les commentateurs y projettent un peu leur propre point de vue. Ainsi Lambert, partant de la perspective centrale, y reconnaît, en hésitant certes, le point de fuite principal. Panofsky, dans [137], p. 73-75, envisage l'éventualité suivante: le terme de *centrum* renvoie plutôt à un centre de projection, représentant l'œil, situé hors du tableau. La surface de projection est ici sphérique (fig. b) et non pas plane (fig. a) comme dans la perspective linéaire usuel.



(21) Anaxagore (500 av. J.-C. [?] - 428 av. J.-C. [?]) a vécu pendant une trentaine d'années à Athènes et y était l'ami de Périclès.

(22) « *Actinographie* » est le titre conservé d'un ouvrage perdu de Démocrite (fin du v^e siècle av. J.-C.). Il s'agissait sans doute d'une optique au sens où Euclide entendait cette discipline. Il est cependant peu probable qu'elle ait été basée sur l'hypothèse des rayons visuels, puisque, pour Démocrite, la vision se produit par l'impression, dans les yeux, de l'image émanant de la surface des corps regardés, image substantielle, composée d'une infinité de corpuscules conservant leurs positions relatives.

(23) La proposition suivante est attribuée à Thalès (v. 640 av. J.-C. - v. 546 av. J.-C.): « *Dans un triangle isocèle, les angles opposés aux côtés égaux sont semblables.* » Elle a été démontrée par Euclide dans les *Éléments* (Livre I, Prop. 5). Pour plus de détails, voir T. L. Heath, *A History of Greek Mathematics*, Oxford, 1921.

(24) Zeuxis (v. 464 av. J.-C. - v. 398 av. J.-C.), peintre grec, célèbre pour les effets de clair-obscur dans son art. Il est à l'origine de recherches dont les compositions illusionnistes aboutiront aux styles bien connus de la peinture pompéienne.

(25) Cf. Paul Ver Eecke, *Euclide : L'Optique et la Catoptrique*, Paris-Bruges, 1938.

Si l'on s'accorde à admettre que le génie d'Euclide s'est exercé plus sur la mise en ordre et la rigueur de la démonstration de propositions antérieures que sur l'invention de propositions nouvelles, on pourra expliquer, comme le fait P. Ver Eecke, la relative infériorité de l'*Optique* par l'état embryonnaire de cette discipline à l'époque d'Euclide.

l'Optique d'Euclide contient des propositions qui peuvent être considérées en elles-mêmes comme théorèmes perspectifs⁽²⁶⁾. Ainsi, par exemple, les points les plus éloignés dans un plan situé plus bas que l'œil semblent être placés plus haut pour montrer leur éloignement. Euclide place l'œil en B, les points E, Z, Δ, Γ sur le plan K Γ; il élève en E la perpendiculaire EH, qui coupe les rayons visuels BΓ, BΔ, BZ en H, A, M de sorte que Γ soit perçu en H, Δ en A, Z en M et que par conséquent tout point plus éloigné soit vu plus haut. EH représente ici le tableau et dans la démonstration on suppose nécessairement que les points Γ, Δ, Z, E sont vus exactement comme s'ils se trouvaient dans le tableau en H, A, M, E. Ce tableau n'est toutefois pas mentionné chez Euclide et la présentation de sa 10^e proposition a beaucoup plus un caractère optique que perspectif. Ceci vaut aussi pour la 6^e proposition, la 11^e et quelques autres⁽²⁷⁾. Il est bien possible qu'Euclide ait laissé aux peintres le soin de développer les applications perspectives et qu'il se soit contenté du point de vue optique. Toujours est-il qu'il indique les théorèmes sur lesquels se fonde immédiatement la perspective. Ce ne sont certes que les tout premiers théorèmes et nous sommes loin de ce que j'ai appelé géométrie perspective au § 30⁽²⁸⁾.

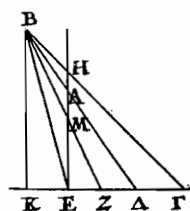


Fig. 33 - Tab. VII (Notes et Add.).

Il semblerait d'ailleurs, d'après Vitruve, que les Anciens n'utilisaient la perspective que pour décorer la scène et pour dessiner des bâtiments ou l'utilisaient de préférence à ces fins. La définition de Vitruve n'élargit guère la notion de scénographie. Dans les tableaux historiques, les Anciens alignaient les personnages et même s'ils en plaçaient certains au second plan, les

(26) L'Optique débute par 7 définitions, qui permettent d'introduire l'instrument géométrique dans les phénomènes de la vision. Dans la quatrième est définie une relation de la grandeur apparente des objets avec la grandeur de l'angle visuel : [Supposons] « que les grandeurs vues sous un plus grand angle apparaissent plus grandes ; tandis que celles qui sont vues sous un plus petit angle apparaissent plus petites, et que celles qui sont vues sous des angles égaux apparaissent égales ». Dans la proposition VIII, Euclide s'oppose expressément à ce que les grandeurs visuelles dépendent des distances : « Les grandeurs égales et parallèles, inégalement distantes de l'œil, ne sont pas vues proportionnellement aux distances. » Il est tout à fait étonnant que Lambert, qui veut reconnaître chez Euclide, les tout premiers éléments de perspective, ne relève pas ce théorème qui s'oppose diamétralement à la construction de la perspective linéaire.

(27) La proposition VI, par exemple, exprime la propriété que « les longueurs parallèles, vues à distance, paraissent de latitude inégale » (c'est-à-dire, d'après Ver Eecke, convergentes).

(28) (Pers. aff., § 30) [78], Lambert entend par géométrie perspective l'ensemble des règles de la perspective utilisées pour représenter dans le tableau les objets du géométral ; ainsi, p. 14, « tout ce que la Géométrie nous enseigne touchant le plan géométral, peut être appliqué en mêmes termes au tableau ». Fidèle à ce principe, Lambert appelle « parallèles perspectives » des droites convergentes du plan du tableau, images de droites parallèles dans le géométral.

raccourcis perspectifs y faisaient défaut ; les personnages à l'arrière étaient placés un peu plus haut suivant la 10^e proposition d'Euclide déjà citée, sans que pour autant ils apparaissent plus éloignés. Quand les distances étaient très grandes, ils déplaçaient tout vers le haut avec tout au plus un raccourci estimé à vue d'œil. Et c'est d'autant moins étonnant qu'aujourd'hui encore on a l'habitude d'utiliser incomplètement la perspective pour représenter des paysages. Certes, les paysages s'en ressentent et on devine aisément qu'ils n'ont pas été construits à la règle et au compas, mais que les estimations ont été faites à vue d'œil⁽²⁹⁾. Même si l'on sait, ou si l'on admet que les Anciens connaissaient la perspective, on ne pourra plus s'en faire une idée précise. Cette science a dû être complètement réinventée dans les temps modernes. Il est toutefois équitable de ne pas passer sous silence Ptolémée⁽³⁰⁾. C'est à ce fameux astronome que nous devons la projection stéréographique de la surface sphérique, qui au fond est perspective. Il démontra le théorème suivant : si l'œil se trouve en un point de la surface sphérique et si tous les cercles de la sphère (ne passant pas par l'œil) sont projetés sur un plan perpendiculaire à un diamètre dirigé vers l'œil, alors ces derniers restent des cercles⁽³¹⁾. Mais il ne semble pas que Ptolémée ait orienté ses recherches vers de semblables théorèmes sur la projection d'autres objets ou susceptibles de s'appliquer à la peinture. Il ne pensait à vrai dire qu'à la projection de cartes et de planisphères et, dans ce domaine, il a plus ou moins atteint son objectif, sa projection stéréographique possédant de nombreuses et très belles propriétés.

Nous pouvons faire ensuite un saut jusqu'à l'époque du renouveau des sciences. Certes, les arabes ont étudié l'optique⁽³²⁾, mais il semblerait qu'ils eussent négligé la perspective. Outre *Ignazio Dante*, Montucla et Saverien citent un certain *Pietro del Borgo san Stephano*, qui en aurait posé les bases⁽³³⁾. Son ouvrage est resté inédit⁽³⁴⁾, Balthasar

(29) Voir fig. 130, le paysage mis en perspective par Lambert.

(30) Claude Ptolémée (v. 100 - v. 170), astronome alexandrin, auteur de la *Syntaxe mathématique* ou *Almageste*, livre de référence des astronomes jusqu'à l'abandon de la conception géocentrique de l'Univers. Il nous a laissé une *Optique* prolongeant les résultats d'Euclide et un traité de *Géographie* (en 8 livres).

(31) De cette propriété bien connue de la projection stéréographique, on déduit facilement celle de la conservation des angles, propriété d'une grande importance pratique en cartographie. Pour les propres travaux de Lambert en cartographie, voir chap. I.2.2.5. Lambert saisit bien ici la relation étroite qui existe entre la cartographie et la perspective ; en effet, dans les deux cas, il s'agit de construire l'image d'un ensemble donné en respectant les justes proportions de ses éléments. Joan Gadol, L.-B. Alberti, *Universal man of the early Renaissance*, University of Chicago Press, 1969, puis S.-Y. Edgerton Jr., *The Renaissance discovery of linear perspective*, Basic Books, 1975, ont montré le rôle considérable que la cartographie ptoléméenne a joué comme trait d'union entre les Grecs et la Renaissance. En 1400, une copie de la *Géographie* de Ptolémée parvint à Florence et fut rapidement traduite. Ptolémée y proposa plusieurs méthodes de projection cartographique, que les peintres ont pu transposer à leur domaine. Cf. Pierre Thuillier, « Espace et perspective au Quattrocento », *La Recherche* n° 160, nov. 1984, vol. 15, p. 1384-1398.

(32) K. Bopp, note (29), 1757, du *Monatsbuch* [10], indique que Lambert connaissait l'Optique d'Ibn al-Haytham (décédé en 1039), publiée, en 1572, par F. Risner à Bâle sous le titre *Opticae Thesaurus Alhazen libri septem*. Cet ouvrage s'inspire des travaux de Ptolémée, tout en faisant faire à la théorie de la vision des progrès remarquables.

(33) Les experts s'accordent aujourd'hui à reconnaître en L.-B. Alberti le premier théoricien de la perspective. Dans son traité *Della pittura* (1435), il explique les méthodes mises au point par les praticiens Brunelleschi et Masaccio. Pour plus de détails, voir chap. II.3., p. 42.

(34) Cf. Piero della Francesca del Borgo San Stephano, *De prospettiva pingendi*.

p. 16 Peruzzi⁽³⁵⁾ l'aurait utilisé. Ce dernier est mort en 1536. Ignazio Dante est cité dans le dictionnaire d'*Iselin* pour son *Commentario alle regole della prospettiva di Jac. Barozzi*⁽³⁶⁾. Dante est mort en 1586. Tout ceci est bien trop récent. D'après Montucla, *Pietro del Borgo* serait un peu plus âgé qu'*Albert Dürer*, qui est décédé en 1528. Mais je crois, moi, que Lionardo da Vinci fut le premier à avoir voulu perfectionner l'art de peindre et à avoir pensé à la perspective. Ni Montucla, ni Saverien ne le mentionnent. Mais cela ne veut pas dire grand-chose. De Lionardo da Vinci, nous possédons un ouvrage paru longtemps après sa mort. Dans celui-ci, il se réfère fréquemment à son traité de perspective, qui n'a cependant pas été publié. Mais il ne semblerait pas que Lionardo eût écrit en vue d'une publication. Il a vécu de 1445 à 1520⁽³⁷⁾, c'est-à-dire à l'époque où l'imprimerie était à ses débuts et ne se développait que lentement. Son *Traité de la peinture* est un recueil d'innombrables remarques qu'il a notées au jour le jour. Ses autres écrits ont dû se présenter sous un aspect semblable et ne sont pour ainsi dire que des *rubriques*, dans lesquelles il inscrivait ses remarques au fil des jours. Si donc un traité est cité dans un autre, on ne pourra en conclure qu'il est antérieur à ce dernier puisque Lionardo nota ses idées tantôt dans l'un, tantôt dans l'autre, comme l'occasion se présentait. Le passage suivant mérite d'être cité :

« La perspective linéaire consiste et a pour objet d'indiquer par des lignes graduées que celle du second plan est moindre que celle du premier, celle du troisième moindre que l'autre du second, et ainsi de degré en degré à perte de vue. L'expérience m'a appris qu'en considérant des objets égaux en grandeur et inégaux en distance dans un espace de vingt brasses, s'ils sont également éloignés les uns des autres, le premier paraît une fois plus grand que le second, et le second une fois plus petit que le premier et une fois plus grand que le troisième, et ainsi des autres à proportion, puisqu'on juge de leur grandeur s'ils sont placés à des distances inégales. Au-delà de vingt brasses, la figure perdra un quart de sa grandeur, au-delà de 40 brasses elle en perdra neuf dixièmes ! La diminution suivra cette proportion selon la distance. »
[§ 205, chap. VII, *Traité de la peinture*.]

p. 17 On retrouve cette remarque dans un autre paragraphe du même ouvrage. La loi est tout à fait correcte et peut être démontrée géométriquement. Elle est largement suffisante pour réduire les hauteurs d'objets verticaux proportionnellement à leur distance de l'œil. Si la distance des objets à l'œil croît comme les nombres 1, 2, 3, 4, etc., alors les hauteurs de ces objets dans le tableau seront proportionnelles à $1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}$, etc. Ceci résulte immédiatement du § 100⁽³⁸⁾. Il est pourtant remarquable que Lionardo prétend avoir trouvé cette loi « empiriquement ». Il ne la connaissait donc pas dans sa formulation théorique, bien qu'il dût y réfléchir intensément. Dans le même traité, il exige que « l'application soit fondée sur une bonne théorie, dont la perspective peut être la bride et le timon »⁽³⁹⁾.

(35) Architecte et peintre siennois.

(36) Le dominicain Egnatio Danti (1536-1586), cartographe au service de Cosimo I de' Medici, puis du pape, a traduit (du grec) l'*Optique* d'Euclide (1573) et publié, en 1583, à Rome *Le due regole della prospettiva pratica di m. Giacomo Berozzi da Vignola con i commentari del R.P.M. Egnatio Danti*. On y trouve le procédé du point de distance. Cf. chap. II.3., fig. 10 et chap. III.1.7.

(37) Léonard de Vinci (1452-1519). Les dates indiquées par Lambert sont inexactes. Le *Trattato della pittura* (1651) est le résultat d'une sélection de notes de Léonard sur la peinture, effectuée par un auteur inconnu.

(38) Le § 100 de (*Pers. aff.*) traite du compas de proportion. Cf. *supra* chap. II.5. et III.7.

(39) Cf. *Traité de la peinture*, chap. VII, § 202.

Cette loi n'était pas connue quand Lionardo a fait l'expérience citée et l'a approfondie par la réflexion. Toujours est-il que je la considère comme antérieure à la date citée ci-dessus pour Pietro del Borgo. L'émulation qui régnait alors parmi les peintres paraît avoir contribué à la propagation rapide de la théorie de la perspective. En Allemagne, Albert Dürer progressait également. Il a publié son ouvrage en 1525, trois ans avant sa mort. Il a illustré sa théorie par un seul exemple, celui d'un cube mis en perspective à partir du plan frontal et du géométral, dont il décrit en même temps la manière de porter l'ombre aussi bien selon sa largeur que selon sa longueur⁽⁴⁰⁾. Cela était largement suffisant pour ceux qui étaient versés dans l'art de mesurer. Il ajouta cependant une méthode permettant de dessiner des objets existant dans la nature à l'aide de machines construites à dessein. Déjà Lionardo da Vinci avait utilisé des plaques de verre. Dürer les remplaça par un cadre subdivisé par des fils en petites cases carrées lui permettant de reproduire fidèlement sur une feuille de papier ce qu'il percevait de l'objet à travers chaque case du cadre. Il dessine un œil au point de l'œil, car comme Lionardo, il admet que ce point de l'œil représente le lieu de l'œil⁽⁴¹⁾. La mise en perspective d'un pavement (fait de carrés) lui apprend naturellement la manière d'élever facilement une perspective à partir du géométral. Une réédition posthume (1538) de son traité « *Unterweisung der Messung mit dem Zirkel und Richtscheit* » porte des additions rédigées par ses soins. Il me semble naturel de ne pas situer l'époque des recherches de Dürer en perspective en 1525, date de la première édition de son traité. On possède de nombreux dessins perspectifs de Dürer qui montrent qu'il s'y est intéressé bien avant cette date.

p. 18

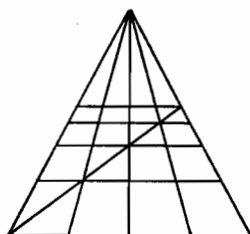
Sous un titre analogue a paru en 1530 à Simmern, et ultérieurement en 1546, à Francfort, un ouvrage détaillé sur la perspective⁽⁴²⁾. Il porte comme sous-titre: *Où l'on peut comprendre et apprendre cet art plus facilement que dans quelques autres livres déjà imprimés*. L'auteur est resté anonyme et s'est contenté d'envoyer le manuscrit à l'éditeur (*Secretario*) Rodler de Simmern afin qu'il le fasse connaître en l'imprimant; Rodler rédigea la préface, mais n'y mentionna que l'ouvrage de Dürer; le trouvant moins compréhensible, il jugea utile de donner une explication plus claire. J'y trouve effectivement quelques exemples plus détaillés sans y découvrir toutefois la méthode de Dürer et sa précision géométrique. Un pavement y sert une fois pour toutes à déterminer les distances et les raccourcis. Cela va bien si le pavement est en forme de carré équilatéral⁽⁴³⁾. Mais s'il s'agit de prolonger le côté fuyant, l'auteur ne sait plus comment se tirer d'affaire et dessine alors en suivant son intuition. L'idée

p. 19

(40) Cf. *supra* chap. II.3. pour l'histoire et chap. III.5. pour les détails techniques.

(41) Le point de l'œil signifie ici pour Lambert l'œil et non le point de fuite principal comme habituellement chez lui. Pour les machines à perspective conçues par Dürer, cf. *supra* fig. 5 et fig. 143.

(42) *Eyn schön nützlich Büchlin und Underweisung der Kunst des Messens...* Hieronymus Rodler y méconnaît, en effet, toute théorie de la construction exacte et transmet la pratique artisanale suivante:



La diagonale, dont la position est pourtant arbitraire, permet d'obtenir les intervalles de profondeur. Il s'agit donc d'une perspective dans laquelle la distance de l'œil au tableau est définie arbitrairement.

(43) Par « carré » il faut entendre ce que nous appelons aujourd'hui « rectangle ».

p. 20 ne lui vient pas d'agrandir tout le carré ou de prolonger les diagonales jusqu'à ce qu'elles se coupent, ou de recourir à d'autres méthodes faciles à imaginer. Aussi voit-on dans quelques-uns de ses dessins le saut dans la diminution de la largeur des pavés, erreur difficile à éviter par sa façon de procéder. S'il intègre les bâtiments dans des paysages lointains, il oublie que ceux-ci ne peuvent avoir, ni point de l'œil ni horizon différents de ceux qu'il a admis pour dessiner les bâtiments ; l'eau remonte la pente, puisque le point de l'œil utilisé pour dessiner le pont se trouve au-dessous du niveau de l'eau et dans tout le dessin on compte au moins trois ou quatre points de l'œil⁽⁴⁴⁾. Erreur que Lionardo da Vinci reprochait déjà aux peintres de son époque et devant laquelle il les mettait en garde.

Tout ce qui s'est fait en perspective après Albert Dürer se résume par une volonté de simplifier le travail, l'invention d'instruments adéquats, de règles souples et de lois générales pour la mise en perspective. Depuis l'époque de Dürer de si nombreuses méthodes de mise en perspective ont paru qu'il est difficile de déterminer un ordre d'antériorité sans avoir une vision globale de toutes ces méthodes. D'après Montucla, Pietro del Borgo, Jacob Barozzi, Ignazio Dante et Daniel Barbaro semblent ne pas avoir dépassé Albert Dürer. L'ouvrage du dernier cité a paru en 1569⁽⁴⁵⁾.

p. 21 Savérien et Montucla attribuent l'invention du point dit point de distance et de son utilisation dans la construction de l'échelle des lignes fuyant vers le point de l'œil (§§ 80, 137) à Balthasar Peruzzi⁽⁴⁶⁾. Montucla précise qu'Ignazio Dante en a donné les démonstrations dans son *Commentario*. Je les trouve aussi dans un ouvrage édité à Rome en 1611 : *Le due Regole della Prospettiva pratica di M. Giacomo Barozzi da Vignola, con i Commentari del R.P.M. Egnazio Dante delle ordine de Predicatori, Matematico dello Studio di Bologna*.

Le théorème de Peruzzi était très facile en soi. Il suffisait de remarquer qu'en mettant en perspective un pavement, les diagonales de tous les pavés concourent en un point de l'horizon et peuvent donc être utilisées pour subdiviser les lignes qui fuient vers le point de l'œil.

p. 22 *Guido Ubaldus e Marchionibus Montis*⁽⁴⁷⁾, que Saverien et Montucla citent sous le nom de Guido Ubaldi, alla plus loin en démontrant rigoureusement que dans la construction perspective (§ 18) toutes les lignes parallèles, non parallèles au tableau, concourent en un même point de l'horizon. Son ouvrage a paru en 1600 sous le titre : *Guidi Ubaldi e Marchionibus Montis Perspectivae Libri VI, Pisauri apud Hieronymum Concordiam*. Son ouvrage est purement géométrique, sans aucune application à l'architecture et au dessin de paysages, etc. Dans le sixième livre, il présente, imitant en cela I. Dante, la théorie de la décoration perspective des théâtres.

(44) L'évolution allant de l'espace agrégatif (réceptif limité de contenus juxtaposés) à l'espace unifié (infini, homogène, centré autour d'un point de vue) a trouvé, durant la Renaissance, une conclusion provisoire. Cette nouvelle conception de l'espace ne permet pas de juxtaposer des plans partiels organisés chacun autour d'un point de vue. Cf. *supra* chap. II.3. et [137].

(45) Cf. Daniele Barbaro, *La Pratica della Prospettiva*, Venise, 1568. Barbaro y utilise, en se référant à A. Dürer, l'angle euclidien pour augmenter, à mesure qu'elle s'élève, les proportions d'une figure se dressant à une grande hauteur. Cf. [8] et *supra* chap. II.6.

(46) Au sujet de l'utilisation des points de distance, cf. *supra* chap. III.1.7., fig. 31.

(47) Cf. *Perspectivae libri sex* [55].

Lambert a très justement reconnu l'importance de la contribution de Guidobaldo dei Marchesi del Monte. Il est le premier à mettre la perspective à la place qu'elle aura désormais : celle d'une branche de la géométrie, qui aboutira, après Desargues, à l'élaboration de la géométrie projective. Les outils de Guidobaldo sont ceux des *Éléments* d'Euclide, qu'il utilise pour établir toutes ses démonstrations géométriques.

Savérien affirme que pendant longtemps l'ouvrage d'Ubaldo a paru si parfait qu'on n'a pas pensé aller au-delà. Le nombre d'écrits sur la perspective a augmenté considérablement depuis 1600. Parmi les plus anciens, je trouve la perspective de Lenker parue en 1571 à Nuremberg⁽⁴⁸⁾. Lenker s'efforce de supprimer toutes les lignes ne faisant pas partie du dessin proprement dit. Pour cela, il se sert de plusieurs compas, d'équerres et de fils ; il les utilise de manière à rendre superflues les lignes citées mais n'abrège pas le travail en soi.

En ce qui concerne les auteurs moins anciens ayant écrit sur la perspective dans les temps plus modernes, quelques uns sont cités dans la *Perspective pratique* publiée en 1642 à Paris par un jésuite parisien. Le R.P.e.S.J. anonyme, qui d'après Nicéron s'appelait du Breuil⁽⁴⁹⁾, précise dans sa préface que, pour ne pas être accusé de vol savant, il citerait tous les écrits consultés. Le premier et le plus ancien serait Georgius Reich, un allemand, cité pour le 10^e livre de ses œuvres. Ensuite viendrait Viator⁽⁵⁰⁾, chanoine à Toul, qui aurait donné beaucoup de bons dessins suivis de peu d'instructions et de règles. Après celui-ci Albert Dürer, un excellent homme, aurait laissé quelques règles et fondements dans le 4^e livre de sa « Messung ». Les autres seraient Jean Cousin⁽⁵¹⁾, Daniel Barbaro, Vignole, Serlio⁽⁵²⁾, du Cerceau⁽⁵³⁾, Sirigaty⁽⁵⁴⁾, Salomon de Caus⁽⁵⁵⁾, Marolois⁽⁵⁶⁾, Vredemen, Vriesse (à vrai dire Vredemann Frisius)⁽⁵⁷⁾, Guidus Ubaldus, Pietra, Acolty⁽⁵⁸⁾, de Vaulezard⁽⁵⁹⁾, Desargues⁽⁶⁰⁾, Nicéron. Cette liste des auteurs ayant étudié la perspective avant 1692 n'est pas exhaustive, bien sûr. L'ouvrage de du Breuil a paru, en 1710, en allemand, traduit par Rembold.

p. 23

Le P. Nicéron cite dans son *Thaumaturgus opticus Tom. 1, p. III*⁽⁶¹⁾ quelques titres d'ouvrages sur la perspective afin de démontrer que divers procédés dits nouveaux ne le sont pas autant qu'on le prétend. Il s'en rapporte au *Commentario* d'I. Dante, à *Inganno degli occhi* de Pietro Accolti, paru en 1625 à Florence, à *l'Introduction à la perspective...*, parue en 1628, ouvrage posthume d'Alemaume⁽⁶²⁾. Et encore à la *Perspective spéculative et pratique, où sont démontrés les Fondements de cet art et de tout ce qui a été enseigné jusqu'à présent. Ensemble la manière universelle de pratiquer non seulement sans plan géométral et sans tiers point dedans ni dehors le champ du tableau, mais encore par le moyen de la ligne communément appelée horizontale, de l'invention du*

p. 24

(48) Cf. Hansen Lencker, *Perspectiva*, Nürnberg 1561, Ulm 1617 (2^e éd.). Lencker était orfèvre et opticien à Nuremberg.

(49) Cf. [41].

(50) Cf. [141].

(51) Jean Cousin, *Livre de perspective*, 1560.

(52) Sebastiano Serlio, *Il secondo libro di prospettiva*, Venise, 1560, cf. [152].

(53) Jacques Androuet-Ducerceau, *Leçons de perspective positive*, Paris, 1576.

(54) Lorenzo Sirigatti, *La Pratica di prospettiva del cavaliere L.S.*, Venise, 1596, 2^e éd. en 1625.

(55) Salomon de Caus, *La Perspective, avec la raison des ombres et miroirs*, Londres, 1612.

(56) Cf. [118].

(57) Jan Vredeman de Vries, *Perspective, ...*, Lugduni Batavorum, H. Hondius, 1604-1606, 3 parties en 1 vol. (en allemand). L'édition latine, *Perspectives*, ne contient que les 2 premières parties.

L'édition française, *Perspective...* augm. et corr. en divers endroits par S. Marolois in S.M., *Opera mathematica*, Hagae-Comitis, 1615, ne contient également que les 2 premières parties.

(58) Pietro Accolti, *Lo Inganno degli occhi, prospettiva, pratica*, Florence, 1625.

(59) Cf. [179]-[182].

(60) Cf. [33]-[40] et [11]-[15].

(61) Cf. [133].

(62) Jacques Alemaume, *Introduction à la perspective ensemble, l'usage du compas optique et perspective*, 1628. De cet ouvrage, 6 feuillets seulement furent imprimés jusqu'à ce que E. Migon, disciple d'Alemaume, le reprenne en 1643.

feu *Sieur Aleaume, etc.*, 1643, par Migon⁽⁶³⁾. De plus à l'*Abrégé ou racourci de la perspective par l'imitation*, 1631, de Vaulezard. Et à la *Méthode universelle, de mettre en perspective les objets donnés réellement ou en devis, avec leurs proportions, mesures, éloignemens, sans employer aucun point qui soit hors du champ de l'ouvrage* de Desargues⁽⁶⁴⁾. Et enfin à la *Perspective pratique* du P. du Breuil citée plus haut. Aussi prometteurs que soient ces titres, aussi peu appréciés sont-ils du P. Nicéron. Aussi ne s'en sert-il guère, mais déduit tout d'un théorème évident en soi. On suppose que, dans la 6^e figure⁽⁶⁵⁾, on détermine sur AP le point B tel que ABCD soit un carré. Si le tableau ne comprend pas le point de distance N, on peut choisir un point M plus près du point de l'œil P, et comme $PN : PM = AD : AQ$, on peut trouver AQ facilement et tracer MQ, ce qui détermine le point B aussi bien que si l'on avait prolongé PM jusqu'en N et tiré ND⁽⁶⁶⁾. On peut imaginer sans peine de nombreuses autres méthodes rendant inutile le prolongement des lignes⁽⁶⁷⁾ au-delà du tableau. Mais ces méthodes sont indirectes et on ne les applique que lorsque c'est vraiment nécessaire.

En 1615, Lucas Brunnen de *Monte Sanct. Annae* a publié une perspective pratique. Il y décrit un instrument qui a beaucoup de ressemblance avec celui édité par Albert Dürer. Comme exemples il choisit la plupart du temps des lettres latines majuscules et l'anamorphose d'une tête de mort.

De 1622 date : *Institutio artis perspectivae* auctore Henrico Hondio⁽⁶⁸⁾. Le texte, que j'ai sous les yeux, est rédigé en français et explique dans l'ordre les figures jointes. Ce sont pour la plupart des dessins d'architecture. Mais j'y vois aussi un paysage, un jardin de plaisance, une presse, des chaises, etc. Le choix des thèmes n'est pas des plus réussis et le goût mis en œuvre dans les décorations laisse à désirer.

De Joh. Vredemanni, *Frisii Perspectiva* je n'ai que la seconde partie, qui est pratique. Les 23 gravures sur cuivre, qui ne représentent que des dessins d'architecture d'un assez mauvais goût, sont commentés sur deux feuilles⁽⁶⁹⁾.

Dans la préface de son *Commentario*, Egnazio Dante présente quelques éléments d'histoire de la perspective, que je traduirai ici mot à mot. Il dit :

p. 26 « Qu'avec toute la peine qu'on s'est donné dans les recherches, on n'a pu trouver livre ou texte des Anciens sur la perspective, alors qu'ils ont dû exceller dans cet art, à en juger d'après les décors de théâtre

(63) Cf. [2] et [120].

(64) Il s'agit de *Exemple de l'une des manières universelles du S.G.D.L. touchant la pratique de la perspective sans employer aucun tiers point, de distance ny d'autre nature qui soit hors du champ de l'ouvrage* publié en annexe du traité d'A. Bosse de 1648 [12].

(65) Pour (fig. VI, tab. I, *Pers. aff.*), voir annexe. Il s'agit de la technique de la « réduction de la distance » lorsque le point de distance est situé en dehors du tableau. Voir par exemple dans un cours contemporain de Perspective [148], p. 25.

(66) Le problème de construction d'une perspective sans l'utilisation du point de distance quand il se trouve hors du tableau (sans tiers point) est sans doute à l'origine des fameux problèmes de géométrie de la règle qui seront traités dans les (*Notes et Add.*, p. 172-173, probl. V), en guise de conclusion. Ils débouchent sur les premières notions de géométrie projective, dont le théorème de G. Desargues sur les triangles perspectifs est sans doute la première formulation. Lambert fait référence à ce problème, mais rien n'indique ici qu'il en voit toute la richesse et ses futurs développements. Voir analyse de ce problème, chap. IV *supra*.

(67) Par ligne, Lambert entend la plupart du temps ligne droite ou segment de droite.

(68) L'édition française intitulée *Instruction en la science de perspective* a été publiée, en 1625, à La Haye.

(69) Cf. note (57).

tant appréciés par les Grecs à Athènes et par les Latins à Rome. » Egnazio continue : « Parmi les auteurs contemporains ayant écrit sur cet art, Pietro della Francesca dal Borgo San Sepolcro était le premier à le faire selon un bon système et dans l'ordre ; nous possédons de lui un manuscrit en trois livres avec des dessins excellents, dont on peut constater les avantages et la valeur grâce à Daniel Barbaro, qui en a reproduit une grande partie dans son ouvrage sur la perspective⁽⁷⁰⁾. Sebastian Serlio⁽⁷¹⁾ a également décrit les règles communes de cet art telles qu'il les a apprises de Balthasar de Sienne⁽⁷²⁾. Les français Jac. Audr. du Cerceau⁽⁷³⁾ et Jean Cousin⁽⁷⁴⁾ ont donné des textes plus étendus à ce sujet. Pietro Cataneo⁽⁷⁵⁾ a suivi l'exposé de Pietro dal Borgo. D'autre part, les règles communes sont décrites plus succinctement par Leon Battista Alberti⁽⁷⁶⁾, Lionardo da Vinci, Albert Dürer, Gioacchino Fortio, Joh. Lenker⁽⁷⁷⁾, Wenceslaus Jannizer⁽⁷⁸⁾, de Nuremberg, qui a mis en perspective les corps réguliers et d'autres corps composés, comme l'avait fait Pietro del Borgo. Nonobstant F. Luca⁽⁷⁹⁾ les a publiés plus tard sous son nom. En plus, nous possédons un autre livre sur la perspective, intitulé Viator⁽⁸⁰⁾ qui contient plus de figures que de textes. De même, Commandino montre géométriquement quel aspect prendra tout objet mis en perspective. »

p. 27

Egnazio estime que, de tous ces textes, pas un seul ne contient d'aussi excellentes règles que celles qu'il se propose de présenter dans son *Commentario*. La première de ces règles veut que toutes les lignes parallèles concourent, dans la perspective, en quelque point de l'horizon (§ 18). L'autre est simplement relative à l'utilisation des points de distance, qui se trouvent à 45 degrés du point de l'œil (§§ 80,137)⁽⁸¹⁾. Dans la pratique, Egnazio donne toujours le géométral, et ses deux règles avec leurs applications sont contenues dans toutes les méthodes de perspective, ou presque.

La *Manière universelle* de M. Desargues pour pratiquer la perspective par petit pied comme le géométral, par A. Bosse, graveur en Taille douce a paru à Paris en 1648⁽⁸²⁾ avec beaucoup de gravures très nettes sur cuivre ; ces dernières sont moins belles dans la traduction hollandaise imprimée en 1686 à Amsterdam. L'expression « par petit pied » ne signifie rien d'autre que choisir même échelle et même grandeur pour la ligne de terre dans la perspective et dans le

p. 28

(70) Cf. note (45).

(71) Cf. note (52).

(72) Cf. note (35).

(73) Cf. note (53).

(74) Cf. note (51).

(75) Cf. Pietro Cataneo, *L'Architettura...*, Venise, 1567.

(76) Cf. note (33).

(77) Cf. note (48).

(78) Wenceslaus Jamnitzer, *Perspectiva corporum regularium*, Nuremberg, 1568.

(79) Il s'agit sans doute de Luca Pacioli (Borgo San Sepolcro, 1445-1517), qui, dans sa *Divina proportione* (Venise, 1509), reprend en italien le *De corporibus regularibus* de Piero della Francesca sans citer le nom de ce dernier.

(80) Jean Pélerin Viator, *De Artificiali Perspectiva*, Toul 1505. Il s'agit du premier traité de perspective artistique imprimé en Europe. Viator y expose la méthode des points de distance (cf. chap. II.3. et chap. III.1.6.), qui codifie un procédé de raccourcissement dans l'espace, surtout en usage dans l'Europe du Nord des Alpes. Une soixantaine de belles planches, surprenantes par la modernité du tracé, « les figures exemplaires » accompagnent le texte.

(81) C'est purement et simplement la méthode de Viator que Vignola prône sous le nom de « *seconda regola* ». Elle fut adoptée par presque tous les perspectivistes italiens, puis revint au Nord des Alpes « auréolée de tout le prestige que lui confèrait l'autorité de Vignola » (L. Brion, [20], p. 416).

(82) L'œuvre mathématique de G. Desargues est très importante dans le domaine de la perspective et de

géométral afin qu'on puisse juxtaposer les deux plans. Desargues indique aussi quelques règles de perspective aérienne, bien qu'elles ne soient pas quantitatives. Il était, selon Bosse, le premier en France à énoncer ces règles. En Italie, par contre, Lionardo da Vinci les avait étudiées depuis longtemps. De façon générale, Bosse fit de Desargues trop son héros⁽⁸³⁾.

A Anvers sont publiés en 1613 Francisci Aguilonii e.S.J. *opticorum libri sex*⁽⁸⁴⁾, qui comprennent à la fin la projection *ptoléméenne* de la surface sphérique et les fondements de la perspective linéaire. Comme le *Traité de Perspective* de P. Lami⁽⁸⁵⁾, paru en 1701 à Paris, ils ne contiennent rien de particulier, sauf que ce dernier touche un peu à la perspective aérienne.

p. 29 Montucla fait l'éloge de Deschales⁽⁸⁶⁾ pour sa rigueur. Wolf loue encore Andr. Alberti⁽⁸⁷⁾ et surtout l'*Essai de Perspective* de s'Gravesande⁽⁸⁸⁾, paru en 1711, dans lequel l'emploi du géométral en perspective est expliqué de nombreuses manières nouvelles et tacites pour la plupart. L'ouvrage d'Andrea Pozzo⁽⁸⁹⁾ ainsi que celui de Schübler⁽⁹⁰⁾ présentent, à cause de nombreux dessins d'architecture proprement exécutés, des avantages pour les peintres et les

ses développements théoriques ; voir chap. II.1., II.2., II.5., pour l'analyse historique et chap. III.1.14., III.1.15., III.1.18. pour le théorème de G. Desargues sur les triangles perspectifs. La première œuvre originale [33] était une plaquette de perspective (dont 5 exemplaires seulement ont été retrouvés). Les méthodes nous sont parvenues grâce aux traités de son fervent disciple A. Bosse, qui s'efforçait de les populariser. Le traité de 1648 [12], a été composé sous l'inspiration directe de Desargues et contient 4 pages de développements de géométrie de sa plume, dont le fameux théorème sur les triangles perspectifs (cf. chap. III.1.12.). La nature projective de ce théorème fut reconnue plus tard seulement par L. Carnot (1753-1823) et J.-V. Poncelet (1788-1867).

(83) Cf. R. Taton [165], chap. 2, sur les violentes polémiques qui opposèrent Desargues à ses contemporains.

(84) François d'Aguilon (Bruxelles, 1546 - Anvers, 1617), jésuite, chargé d'organiser en Belgique l'enseignement des sciences exactes utiles au commerce, conçut le projet d'un traité d'optique, synthèse des travaux d'Euclide, Alhazen, Vitellion, Roger Bacon, Ramus et Kepler. Seule la première partie fut publiée sous le titre *Francisci Aguilonii e Societate Jesu Opticorum libri sex Philosophis juxta ac mathematicis utiles* (et illustrée de gravures de Rubens). On y trouve une définition, certes encore incomplète, en l'absence du concept de limite, du point de fuite.

Dans le Livre VI, un long développement est consacré, en effet, à la projection stéréographique qui occupe une place de choix en histoire des sciences.

(85) Cf. Bernard Lamy, *Traité de perspective, où sont contenus les fondements de la peinture*, Paris, 1701.

(86) Claude-François Millet Deschales ou Dechales ou de Challes (1621-1678), jésuite, missionnaire en Turquie, puis professeur de mathématiques et de philosophie aux collèges de Lyon et de Chambéry, est l'auteur d'un manuel en 3 volumes, *Cursus seu mundus mathematicus*, Lyon, 1674, qui a connu une grande popularité. Les principes de la perspective y sont exposés.

(87) *Andreae Alberti zwey Bücher, das erste von der Perspectiva, das andere von dem Schatten*, Nürnberg, 1623, 1634.

(88) G. J.'s Gravesande, *Essai de Perspective*, La Haye, 1711. C'est un ouvrage systématique, d'une grande clarté d'exposition, que Lambert a dû utiliser pour ses travaux sur la perspective. Cet essai est suivi de : « Usage de la chambre obscure pour le dessein » (sic).

(89) Cf. A. Pozzo, *Perspective propre des peintres et des architectes*, éd. lat. à Rome (1^{re} partie, 1693 ; 2^e partie, 1737), éd. fr. à Rome (1700) et éd. lat./all. à Augsbourg (1^{re} partie, 1711 ; 2^e partie, 1719). Lambert a utilisé cet ouvrage pour ses éléments de scénographie, ainsi que le suggère la ressemblance des figures. Il cite d'ailleurs explicitement A. Pozzo dans le § corresp. (*Notes et Add.*, p. 143, X à la *Pers. aff.*, § 136).

(90) Cf. Johann Jacob Schuebler, *Perspectiva, pes picturae*, Nürnberg, 1719-1720.

Très bel ouvrage, ouvrant sur un bref historique de la perspective. Schuebler y cite pratiquement tous les auteurs qu'on retrouve chez Lambert.

architectes. Taylor⁽⁹¹⁾ traite la théorie de façon très générale, puisque dès le départ il admet que la table soit oblique. A part cela, il introduit beaucoup de dénominations, presque toujours nouvelles et superflues, qui lui permettent de démontrer plusieurs théorèmes, mais étendent inutilement la théorie. Aussi son traducteur français⁽⁹²⁾ choisit-il plus particulièrement, dans sa préface, les cas les plus simples et les plus courants et ajoute-t-il à la fin la première partie du livre de Murdoch : *Newtoni genesis curvarum per umbras, seu Perspectivae universalis elementa, etc.*

Dans aucun des textes cités ci-dessus, je n'ai trouvé mention de la division de la ligne horizontale en degrés (§ 21 et suivants), bien que Ubaldo di Monte eût pu facilement y penser. Et pourtant, je dois constater que je ne suis pas le premier à avoir eu l'idée. La Caille l'expose dans la seconde édition de 1756 de ses *Leçons d'optique*, qui a servi à établir la traduction latine parue à Vienne en 1766. Comme l'idée de la remarque exposée (§ 21) ne m'est venue qu'en été 1758, je cède volontiers la priorité, que je n'ai jamais revendiquée, à Monsieur La Caille. Si toutefois, on devait faire un bilan plus précis, je crois être allé un peu plus loin puisque j'ai utilisé la méthode du compas de proportion dans ma recherche d'une construction résolvant le problème réciproque de la perspective. La Caille présente d'ailleurs aussi des formules trigonométriques et algébriques, en quoi il a été devancé à son tour par Monsieur le professeur Kaestner⁽⁹³⁾, dont la dissertation inaugurale : *Perspectivae et Projectionum theoria generalis analytica* a paru en 1752 déjà⁽⁹⁴⁾. L'année d'après, Monsieur le professeur Meister de Göttingen a publié une dissertation inaugurale sous le titre : *Instrumentum scenographicum, cujus ope datis objecti ichnographica et orthographia, invenire scenographiam citra omnem punctorum, linearum intersectionum, circini, numerorum perspectivae adeo usum, facili licet methodo exponit A.L.F. Meister*. Cette publication est, pour autant que je sache, unique en son genre et n'a rien à voir avec les machines d'Albert Dürer et d'autres, que Monsieur Meister énumère longuement. Elle se fonde sur la méthode de Sirogatti⁽⁹⁵⁾ mettant chaque point en perspective à l'aide du géométral et du plan frontal, à la différence près que Monsieur Meister utilise deux règles et deux équerres au lieu de tracer les lignes aveugles dont parle Sirogatti⁽⁹⁶⁾.

p. 30

p. 31

Plusieurs autres ouvrages trouveraient leur place ici s'ils n'étaient déjà cités dans huit pages in-8° du second tome de la *Bibliothèque de Peinture, de Sculpture et de Gravure* de M. de Murr⁽⁹⁷⁾. Parmi ceux portant une date, le *Trattato di prospettiva* de Bernardo Zenale da Trevigi de l'année 1524 est le plus ancien.

(91) Cf. B. Taylor, *Linear Perspective*, London, 1715. Cf. *supra*, chap. III.4., l'analyse de quelques méthodes de perspective de Taylor et chap. III.9.1. la restitution d'une perspective.

(92) Le père Rivoire, S.J., a réuni dans [172] la traduction de 2 ouvrages, les « Nouveaux Principes de la perspective linéaire » de B. Taylor, qui contient (comme supplément) « Nouvelle théorie sur le mélange des couleurs, selon les principes de l'Optique de Newton, et les « Principes de la perspective linéaire » de Patrice Murdoch, première partie de l'ouvrage latin cité par Lambert.

(93) B. Taylor et P. Murdoch développent également des calculs pour mettre en place une graduation à l'aide du compas de proportion ; Cf. [172], p. 33-36, 48-49, et chap. III.7 *supra*.

(94) Il s'agit d'une plaquette de 12 pages, publiée à Leipzig, Kaestner y démontre un théorème général donnant une formule algébrique pour le raccourci perspectif dans le cas général d'un tableau incliné.

(95) Lorenzo Sirigatti, *La pratica di prospettiva*, Venise 1596, 2^e éd. 1606, 3^e éd. 1625.

(96) Lambert ne fait pas allusion, curieusement, à la construction de son perspectographe, décrite dans le manuscrit de 1752.

(97) Francfort et Leipzig, 1770.

Jean-Henri Lambert

Notes et Additions
(1774)
à la
**Perspective
affranchie
de l’embarras
du plan géométral**

« En guise de conclusion »

Traduction de Jeanne Peiffer
Notes de Roger Laurent et Jeanne Peiffer

Texte extrait de

Roger Laurent, *La place de J-H. Lambert (1728-1777) dans l'histoire de la perspective*, cedric,
Paris, 1987, p. 262-274.

Cette conclusion de Jean-Henri Lambert est constituée des
15 problèmes de géométrie de la règle.

p. 161 En guise de conclusion ⁽²⁰⁸⁾

J'ajouterai ici diverses notes et divers problèmes s'insérant en partie dans la dernière section et utiles pour mieux mettre en lumière les liens de parenté entre la géométrie et la perspective. Cette dernière est appelée perspective linéaire ou perspective de la règle ⁽²⁰⁹⁾, si on veut la distinguer de la perspective aérienne — ou chromatique. Cette désignation prend toute sa signification dans le sens que la perspective repose davantage sur l'usage de la règle que du compas. Elle traite de la grandeur et de la position apparentes des objets visibles et se limite à un seul état et à un seul point de vue. À partir d'un point de vue, on ne peut que mesurer des angles, tracer des lignes et au plus déterminer leurs rapports. Cela vaut peut-être la peine d'examiner jusqu'où on peut aller en perspective et ensuite aussi en géométrie sans utiliser le compas, la règle seule étant admise, dans le but donc de rendre linéaires au vrai sens du terme la perspective et la géométrie. Dans un second temps, on peut étudier la manière de réduire au maximum le

p. 162 nombre d'éléments exigeant l'emploi du compas dans la résolution des problèmes. Peu importe si ces solutions sont généralement plus longues. Il peut toujours exister des cas où c'est la seule possibilité. La solution la plus brève sur le papier présuppose souvent des mesures de lignes et d'angles sur le terrain qui peuvent ne pas être réalisables, parce qu'elles nécessitent trop de temps et d'efforts ou sont trop coûteuses. On comprend d'ailleurs aisément qu'une telle géométrie linéaire peut aussi servir dans les mesures à vue d'œil dont j'ai exposé quelques règles dans la première partie des *Beiträge zum Gebrauche der Mathematik* ⁽²¹⁰⁾.

Pour les constructions à la seule règle, la perspective a un avantage sur la géométrie ; en effet les parallèles en perspective peuvent être tracées sans difficulté. Elle présente un autre avantage encore : dans une figure donnée, on peut dessiner arbitrairement tous les éléments nécessaires à la détermination de l'horizon correspondant, du point de l'œil et de sa distance. Elle nécessite quatre données, auxquelles on ajoute la pente de la table et la ligne d'intersection, si l'on veut donner à la table une position oblique par rapport au géométral et la laisser indéterminée au départ. Ainsi il peut arriver qu'on puisse construire en perspective un

p. 163 problème, dont une ou plusieurs données manquent pour la construction géométrique. J'en ai déjà donné un exemple dans les notes et additions à la géométrie pratique § 158 des Contributions citées ci-dessus ⁽²¹⁰⁾. J'en ajouterai plusieurs autres.

(208) Cette partie est très importante et constitue une contribution à la géométrie projective. Les problèmes proposés par Lambert seront repris dans la *Correspondance sur l'École Polytechnique* [56] en 1806-1807 par Poinsot et Brianchon. Voir *supra* chap. IV.3. Pour simplifier la lecture de cette partie importante, nous avons choisi une mise en page qui mette en valeur les différents problèmes.

(209) La règle se dit « Lineal » en allemand, d'où « Lineal-perspektive », perspective de la règle et « Linearperspektive », perspective linéaire. Aujourd'hui nous qualifierons le domaine dans lequel se situent les 15 problèmes de Lambert de « géométrie de la règle d'inspiration perspectiviste ».

(210) Contributions à l'usage des mathématiques, Berlin, 1765 [91].

Problème I

Déterminer à l'aide d'une seule règle plusieurs points situés, avec quatre points donnés, non alignés, mais dont chacun est situé en dehors du triangle formé par les trois autres, sur le tracé d'une ellipse.

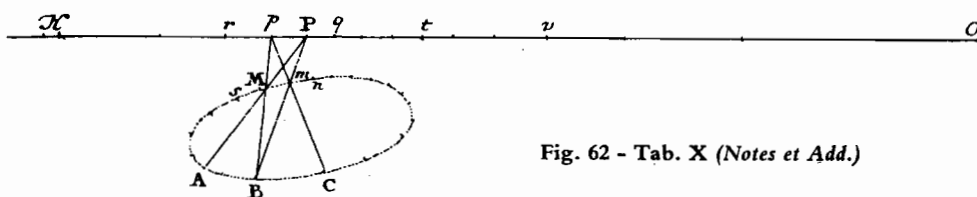


Fig. 62 - Tab. X (Notes et Add.)

Ce problème équivaut à mettre en perspective un cercle passant par quatre points donnés. Or trois points suffiraient en soi, si l'horizon était supposé construit et gradué. Mais comme nous en faisons abstraction, le quatrième point est nécessaire et il suffit qu'il soit situé en dehors du triangle formé par les trois autres. Voici la solution : soient A, B, C, M les quatre points donnés. On n'a qu'à tracer une ligne quelconque HO, qui ne coupe aucun d'eux et qui est censée représenter l'horizon ; les préparatifs sont déjà terminés. On trace maintenant la ligne AM issue de A, passant par M et coupant l'horizon en P, ainsi que BM coupant l'horizon en p. Or, si l'on trace BP, Cp, ces lignes auront un point d'intersection m qui sera situé sur l'ellipse cherchée. On procède de la même façon avec m qu'avec M, en traçant successivement et dans l'ordre Amq⁽²¹¹⁾, Bq, CP ; n sera le point d'intersection de Bq et de CP et il sera lui aussi situé sur l'ellipse cherchée. De cette manière on s'approche de O en déterminant plusieurs points de l'horizon aussi bien que de l'ellipse. De l'autre côté, on trace ensuite CMr⁽²¹²⁾, Br et Ap. Les droites Br et Ap auront pour intersection le point s, qui se trouve également sur l'ellipse. On procède de la même manière en allant vers H et en déterminant plusieurs points de l'horizon et de l'ellipse.

p. 164

Ce procédé repose sur le fait que AB, BC sont considérés comme des arcs égaux du cercle censé être mis en perspective. Comme AP et BP sont perspectivement parallèles, Mm représente un arc égal du cercle et tous les angles AMB, MBm, BMC, etc. sont des images d'angles égaux ; par conséquent l'horizon est perspectivement divisé en parts égales représentant chacune autant de degrés qu'en comportent ces angles.

Si l'on voulait trouver le point de l'œil et la distance de l'œil à la base de cette perspective, on devrait chercher un point dans lequel les lignes issues de r, p, P, q se couperaient suivant des angles égaux. On peut également choisir des points q, t, v, O plus distants, découpant sur l'horizon des parts trois fois plus longues. Ce problème peut être résolu à l'aide de deux cercles qui se coupent au point cherché⁽²¹³⁾.

p. 165

(211) On ne lit pas cette ligne dans la figure 62. Voir *supra* chap. IV.3, Pb. I, p. 186.

(212) Cette ligne ne figure pas non plus dans la figure 62.

(213) Ce problème est traité dans la (*Pers. aff.*), voir *supra* l'étude chap. III.9.2, pb. 21 relative à la restitution et chap. IV.3, pb. I des (*Notes et Add.*), p. 186.

En outre, on voit sans peine que l'emplacement de l'horizon n'aurait plus été arbitraire si l'on avait ajouté un point m aux quatre points A, B, C, M . Car les lignes AMP, Bmp, BmP, CmP suffisent pour déterminer les deux points p, P par lesquels on aurait dû faire passer l'horizon, au cas où AB, BC et Mm représentent des images d'arcs égaux d'un cercle. On comprend aussi aisément qu'avec cinq points donnés, la ligne $AMmCB$ ne sera pas toujours une ellipse, mais pourra aussi bien être une parabole, une hyperbole ou un cercle selon la position des cinq points. Voici donc résolu, à l'aide d'une règle seulement, le problème très difficile en soi de tracer par cinq points une courbe du second ordre dans la mesure où, avec la méthode indiquée, on peut trouver de nombreux points par lesquels doit passer cette courbe. On peut même trouver une infinité de points si les arcs AB, BC, Mm sont les images perspectives d'arcs égaux de cercle n'ayant pas un rapport entier à la circonférence du cercle.

p. 166

Problème II

Diviser l'horizon de 30 degrés en 30 degrés au moyen de la règle.

On dessine arbitrairement un triangle ABC et dans celui-ci un point quelconque c ; le triangle peut être interprété comme image d'un triangle équilatéral et c comme l'image de son centre⁽²¹⁴⁾. On joint le point c par des droites aux sommets A, B, C et on les prolonge éventuellement dans les deux sens. Ces droites coupent les côtés du triangle en D, E, F . Par ces points, on fait passer des droites DF, DE, EF , et finalement on les prolonge dans les deux sens, jusqu'à ce que CB et DF , ainsi que BA et EF et aussi AC et DE , se coupent aux points G, L, J . Ces points sont alignés et la ligne LJ représente l'horizon sur lequel LK, KG, GH, HJ , représentent des angles de 30 degrés; en effet, les angles $LKB, KBG, GCH = DCB, HCJ = DCA, JAM$ sont les images des angles de même nom dans le triangle équilatéral dont ABC est la perspective et mesurent donc 30 degrés⁽²¹⁵⁾.

Si l'on veut reporter l'échelle de 30 degrés en 30 degrés en partant d'un autre point de l'horizon, f par exemple, on tracera une ligne fd quelconque issue de f . On regardera en quels points elle coupera deux des lignes passant par c et formant des angles de 30 degrés, soit en d et en e par exemple. Au moyen des points L, G, J , on tracera par d et par e les deux hexagones en pointillés, images de deux hexagones réguliers, parallèles et concentriques; les points h, d et g seront situés aux sommets de l'hexagone extérieur; k, e et i se trouveront sur les milieux des côtés de l'hexagone intérieur et kh, ed, g et ig représenteront des angles égaux. On n'a qu'à prolonger kh et gi jusqu'à l'horizon, qu'ils couperont en des points distants de 60 et de 120 degrés du point donné f . Pour trouver les autres points dont la distance de f est de 30, 90, 150 degrés, on tracera 2 autres hexagones tels que m et d se trouvent sur les milieux des côtés. On peut même laisser de côté l'hexagone passant par m car on n'en utilisera que les points k, e, i , qu'on a déjà trouvés; il n'est pas nécessaire non plus de tracer plus que les trois côtés pq, qr, rs de l'hexagone passant par d . Car si l'on trace pt, qm et m ⁽²¹⁶⁾ jusqu'à l'horizon, on y aura trouvé les points cherchés. Les points w, v, t, f , sont marqués dans le figure. Les deux autres se trouvent au-delà de la figure.

p. 167

(214) C'est le concept de plan de spécialisation affine qu'utilise Lambert. (*Notes et Add.*, tb. X, fig. 63). Voir *supra* chap. III.8.

(215) La fig. 63 comprend 2 fois la lettre g . J doit remplacer celui situé à l'extrémité droite de LGK . Voir L. Cremona, *Geometria proiettiva*, Turin, 1873, p. 57 et l'étude sur le transporteur ou échelle des angles, *supra* chap. III.2.

(216) Ces trois droites ne sont pas dessinées sur la figure.

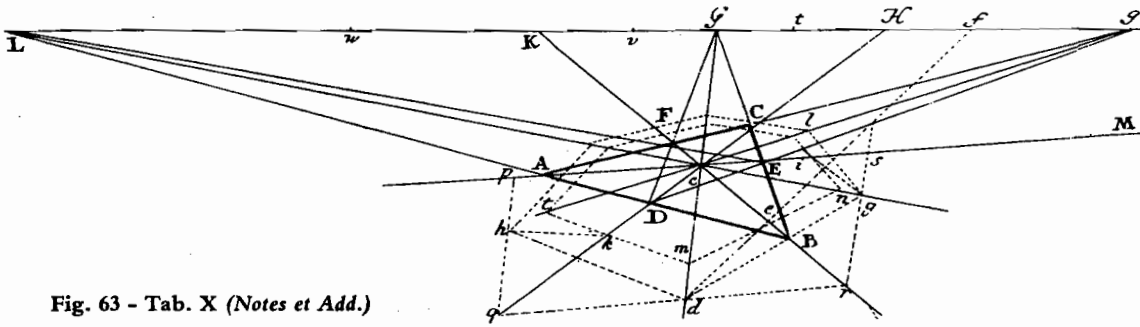


Fig. 63 - Tab. X (Notes et Add.)

On ne peut guère aller plus loin à l'aide de la règle seulement, sauf qu'on peut *par approximation partager tout angle en deux* ; mais je ne m'y arrêterai guère. Il existe une autre méthode n'utilisant que la règle pour diviser l'horizon de 30 degrés en 30 degrés, et elle peut trouver sa place ici. On trace l'horizon AB, sur celui-ci on choisit les deux points A et B et on suppose que AB mesure 90 degrés. On choisit arbitrairement un point C, on trace AC et BC, puis deux autres lignes AD et BE issues de A et de B ; AC et AD seront parallèles ainsi que BC et BE et se couperont sous des angles qui sont des images d'angles droits⁽²¹⁷⁾. Dans le rectangle CEFD, on trace CF jusqu'à l'horizon, puis MfD, Afj, MGJ, CGN, et aussi MEK, Ahk et MhL jusqu'à ce que cette dernière coupe la ligne BCL prolongée en un point, que nous désignerons par L, puisqu'il est au-delà du dessin ; AL coupe la ligne BE en un point H situé lui aussi en dehors du dessin. On trace MH issue de H, jusqu'à ce qu'elle coupe la ligne CB prolongée. Finalement on trace une ligne issue de ce point d'intersection, passant par A et rejoignant la ligne BE prolongée. On trace enfin la ligne TO issue de ce nouveau point d'intersection et passant par C, et ainsi ECF, FCG, GCJ, JCO, OCP, PCQ, QCR, RCS, SCK, KCT, TCh, hCE représentent les 12 angles de 30 degrés et les lignes CP, CO, CJ, CG, CF, CE divisent l'horizon de 30 degrés en 30 degrés.

p. 168

p. 169

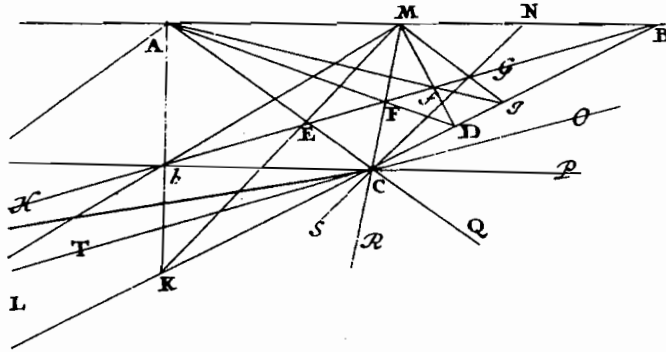


Fig. 64 - Tab. X (Notes et Add.)

(217) Lambert fait l'hypothèse que la donnée d'une figure dessinée en perspective permet de définir la transformation « projection centrale ». Il utilise ensuite les propriétés des figures et du transporteur, où la ligne d'horizon est divisée en degrés, pour faire ses constructions. Voir *supra* chap. III.2.

Ce procédé repose sur l'hypothèse que ECF est l'image d'un angle de 30 degrés. Si CE est un diamètre, EF sera la tangente de 30 degrés. Or la tangente de 60 degrés est 3 fois plus grande et c'est pourquoi FG doit être le double de EF pour que EG puisse représenter la tangente de 60° et ECG un angle de 60 degrés. De l'autre côté, on a de même l'égalité $Eh = EF$, que l'on a reportée deux fois, afin que ECh, ECT représentent des angles de 30 et de 60 degrés.

Problème III

Un parallélogramme ABCD étant donné, construire à l'aide d'une règle seulement, par un point P donné, une ligne parallèle à une ligne IE donnée ⁽²¹⁸⁾.

On prolonge les côtés du parallélogramme ainsi qu'une diagonale jusqu'à ce qu'ils coupent la ligne donnée en E, F, G, H, I. On trace arbitrairement GR issue de G et ensuite FP et EP. Par les points d'intersection a, c, on fait passer des lignes droites issues de H, I. Celles-ci se couperont en un point Q et PQ sera la ligne cherchée ⁽²¹⁹⁾.

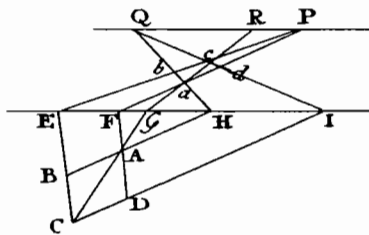


Fig. 65 - Tab. X (Notes et Add.)

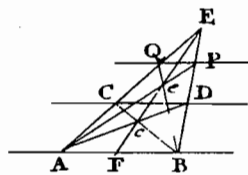


Fig. 66 - Tab. X (Notes et Add.)

- p. 170 L'image perspective de ABCD est $abcd$, EI est la ligne de terre et QP l'horizon. Si, par hasard, la droite EI est parallèle à deux côtés du parallélogramme, alors elle sera superflue car on pourra immédiatement indiquer que PQ est parallèle à deux côtés du parallélogramme; il s'agirait alors de *construire à l'aide de la règle seulement une droite parallèle à deux autres parallèles données et passant par un point donné*. La construction est alors la suivante: soient AB et CD les deux parallèles ⁽²²⁰⁾. On trace par P une ligne droite BE, issue de B et dépassant P, la ligne AE issue de A, puis AD, BC et EcF. Finalement PA, BeQ ⁽²²¹⁾ et PQ; PQ sera la ligne cherchée.

E est alors un point de l'horizon, AB la ligne de terre, CD une parallèle à celle-ci, ABCD l'image d'un rectangle et c son centre; AE, FE et BE sont perspectivement parallèles et par

(218) Lire ici fig. 65, tab. X (Notes et Add.) et voir *supra* chap. IV.3 pour l'étude d'un problème extrait de la *Correspondance sur l'École Polytechnique*, article de Hachette reproduit p. 184, relatif à ces questions de construction à l'aide de la règle. On verra qu'en 1805-1806, elles étaient objet d'études dans le cadre de la théorie des transversales.

(219) Lambert donne les règles de construction d'une perspective sans justification, mais sa méthode est tout à fait semblable à celle présentée *supra* chap. III.4.2 et III.4.3 au sujet des méthodes de Brook Taylor.

(220) Lire fig. 66.

(221) Dans l'original, on lit DeQ par erreur.

conséquent $AF = FB$. Le point e représente de même le centre du rectangle $AQPB$ ⁽²²²⁾, AP et QB ses diagonales, QP le côté parallèle à la ligne de terre; par conséquent ce parallélisme n'est pas seulement perspectif mais aussi géométrique⁽²²³⁾.

On voit dans la construction que AD et BC ont été tracés dans le seul but de construire, à l'aide du point c et de la ligne EcF , le point F , qui partage AB en deux. On peut donc considérer la réciproque du problème: $AF = FB$ étant donnés, tracer à l'aide d'une seule règle une ligne parallèle à AB et passant par un point P donné⁽²²⁴⁾. On trace BP jusqu'en un point quelconque E , ensuite dans l'ordre EF , EA , AP , BeQ et PQ . p. 171

La figure 65 illustre également le problème du partage, à l'aide d'une seule règle, d'une ligne FH dans le rapport de deux lignes EF et HI données, une ligne PQ , parallèle à FH , étant donnée⁽²²⁵⁾. On trace successivement PE , PF , QH , QI et caG ; EF est à HI comme FG est à GH .

Or, si $EF : FG = GH : HI$ est donné, on peut construire à la seule règle une ligne parallèle à EI et passant par un point donné P . On trace GR quelconque et ensuite PE , PF , HaQ , leQ et finalement PQ .

Problème IV

Un cercle étant donné avec son centre, abaisser une perpendiculaire sur une ligne donnée à l'aide d'une seule règle⁽²²⁶⁾.

On trace deux diamètres AC et BD du cercle; A, B, D, E sont les quatre sommets d'un rectangle, dont on prolonge les côtés jusqu'à ce qu'ils coupent la ligne donnée en F, G, H, I . Sur la circonférence du cercle, on choisit un point quelconque K et on le joint par des droites à H et à I . Ces droites coupent le diamètre AC en a et en b . On joint G et a , F et b par des droites. Ces dernières se coupent en c et, Kc , prolongé jusqu'en L , sera parallèle à IF . On trace finalement le diamètre Kd , puis on trace Ld jusqu'au point M ; LM sera perpendiculaire à FI . p. 172

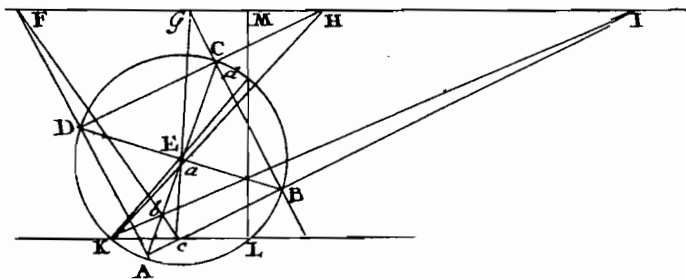


Fig. 67 - Tab. X (Notes et Add.)

(222) Dans l'original, on lit $AQBD$.

(223) Le lecteur pourra constater qu'il s'agit de l'étude de la conservation des propriétés géométriques des figures par projection conique centrale, systématisée dans le *Traité des propriétés projectives des figures...* de J.-V. Poncelet, 1822 [144].

(224) Cf. J. Steiner (1796-1863), *Die geometrischen Konstruktionen ausgeführt mittels der geraden Linie und Eines festen Kreises*, Berlin, 1833, chap. I, 1^{er} probl.

(225) Cf. J. Steiner, *op. cit.*, chap. 3, 2^e problème.

(226) Cf. J. Steiner, *ibid.* chap. 3, 3^e problème.

La parallèle KL a été construite selon les mêmes principes que dans la figure 65. KLd est nécessairement un angle droit puisqu'il repose sur le diamètre Kd . Par conséquent les angles en M doivent également être droits, car KL est parallèle à FM .

À l'aide du rectangle $ABCD$, on peut tracer des parallèles à ML par des points quelconques et, par conséquent, on peut aussi tracer avec la règle seulement⁽²²⁷⁾ des perpendiculaires à FI passant par des points quelconques.

Problème V

AC, BD sont des lignes qui se coupent en un point en dehors de la table, tracer à l'aide d'une règle seulement et sans prolonger ces lignes, une ligne passant par un point E donné et coupant BD, AC au même point d'intersection⁽²²⁸⁾.

p. 173

On trace deux lignes AH et GB passant par E , puis on trace AB et GH jusqu'à ce qu'elles se coupent en K . On trace KC issue de K , puis HC et GD , EF sera la ligne cherchée.

$ABHG, GHDC$ sont les images de rectangles, dont les côtés convergent vers deux points de l'horizon. E et F sont leurs centres respectifs et, par conséquent, EF est parallèle à BD et à AC , et fuit vers le même point de l'horizon.

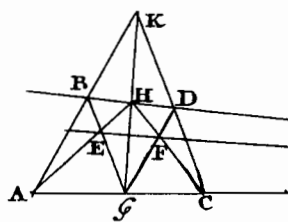


Fig. 68 - Tab. X (Notes et Add.)

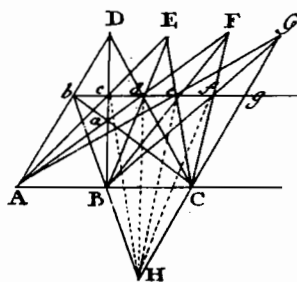


Fig. 69 - Tab. X (Notes et Add.)

Le problème suivant est encore une addition à la note du § 33.

(227) Voir L. Cremona, *Geometria proiettiva*, Turin 1873, p. 58.

(228) Suivre fig. 68. Il s'agit exactement du problème de la *Correspondance sur l'École Polytechnique*, op. cit. p. 266, note⁽²¹⁸⁾. Il est intéressant à double titre: ses origines se trouvent dans la préoccupation des peintres de tracer des parallèles en perspective sans sortir du tableau; il s'inscrit dans les recherches relatives à la théorie des transversales, pôles et polaires, voir *supra* chap. IV. p. 183. En fait, le théorème de Desargues de 1648 sur les triangles perspectifs permet de résoudre ce problème. Cf. *supra* chap. III.1.12 à III.1.15, note 18). Ici ABE et CDF peuvent être considérés comme les deux triangles homologues dont les côtés homologues AB et CD , BE et DF , AE et HF se coupent respectivement en 3 points alignés R, G et H . Alors BD, EF et AC sont concourants au centre d'homologie.

Problème VI

Partager une ligne en deux parties égales, partager celles-ci à l'aide de la règle en un nombre quelconque de parties égales⁽²²⁹⁾.

Soit $AB = BC$ la ligne. On trace BD quelconque, puis DA et DC . Sur BD on choisit un point quelconque a et on trace Aad , Cab et bd qu'on prolonge si nécessaire. On trace successivement :

AcE , BdE et on obtiendra CeE
 AdF , BeF et on obtiendra CfF
 AeG , BfG et on obtiendra CgG

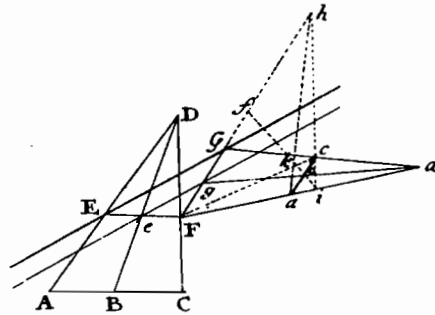


Fig. 70 - Tab. X (Notes et Add.)

On peut continuer de la sorte, prolonger éventuellement la ligne gb au-delà de b , et déterminer sur bg autant de points que AC doit avoir de parties. Si AC doit être divisé en 10 parties par exemple, BC en comptera 5 et elles seront déterminées par les lignes en pointillés, après avoir tracé bH passant par B , et gH passant par C .

p. 174

Suivant la légende de la figure 66, bg est parallèle à AC et les points D, E, F, G , etc. sont sur une droite parallèle à AC et bg ⁽²³⁰⁾.

Problème VII

Deux lignes obliques sont données, chacune étant divisée en deux parties égales ; construire une parallèle à une ligne donnée⁽²³¹⁾.

Soient $AB = BC$ et $ab = bc$ les lignes données ; on demande de construire une parallèle à EG . On trace une ligne quelconque AD , qui coupe la ligne EG en E . On trace DB et DC issues de D ; la ligne joignant C à E coupera la ligne DB en un point appartenant également à la ligne qui joint A à F ; EF sera parallèle à AC , de sorte qu'on ait également $Ee = eF$. On trace en outre Fa ⁽²³²⁾, on la prolonge jusqu'en d et on y choisit un point i . On joint ce point aux points b et c par des lignes prolongées tant que nécessaire. On trace ensuite cF qui coupe la ligne ib en k . On trace en plus ak et on la prolonge jusqu'à ce qu'elle coupe en h la ligne ic elle-même prolongée ; Fh sera parallèle à ac . Fh coupe EG en G . On prolonge Gc jusqu'à ce qu'elle coupe Fa en d . Finalement on prolonge db jusqu'en g , son point d'intersection avec FG , et $Fg = gG$. Comme $Ee = eF$, eg sera parallèle à EG et sera donc la ligne cherchée.

p. 175

(229) Suivre fig. 69.

(230) La conception projective de Lambert apparaît très nettement dans la résolution de ce problème, car cette construction — encore en usage aujourd'hui — repose sur les propriétés harmoniques du quadrilatère. Voir *supra* chap. III.1.

(231) Lambert a pour objectif de construire la droite des milieux du triangle FEG , eg , parallèle à EG . Il utilise les propriétés de perspective pour construire séparément le milieu e de EF et le milieu g de GF ; suivre fig. 70.

(232) Dans l'original, on lit fa par erreur.

On peut constater que tracer des lignes géométriques parallèles à l'aide d'une règle seulement est d'autant plus compliqué que les données sont plus éparses. La construction perspective ne pose aucun problème sauf que les lignes tracées sont souvent de grande dimension.

Problème VIII

À l'aide d'une règle seulement représenter le théorème de PYTHAGORE en perspective ⁽²³³⁾.

p. 176 On suppose que la partie AB de l'horizon mesure 90 degrés et AC 45 degrés; CB mesurera donc également 45 degrés. Si l'on choisit un point *b* arbitraire, *AbB* ou *abc* sera l'image d'un angle droit. Soient *ab* et *bc* les côtés d'un triangle rectangle *abc*, on trace alors *aC*, *cC*, *aA*, *Afg*, *Bed* et *cB*; *adeb* et *cgfb* seront leurs carrés, *ae* et *cf* leurs diagonales et les angles *AaC*, *CaB*, *AcC* et *CeB* compteront 45 degrés. Les lignes *dB* et *gA* se coupent en *p*; par *p* on fait passer la ligne *Pk* contenant *pb* et elle coupera l'hypoténuse *ac* sous angle droit. On trace en outre les droites *Pah* et *Pci*, on marque leurs points d'intersection *n*, resp. *m*, avec *dB*, resp. *cA*, et *anmc* sera l'image du carré de l'hypoténuse, *am* prolongée jusqu'en *R* et *cn* prolongée jusqu'en *Q* seront les diagonales et par conséquent *QP* et *PR* mesureront 45 degrés. Si l'on trace donc *Qai*, *Rch* et *hi*, alors *acih* sera également l'image du carré de l'hypoténuse, située à l'extérieur du triangle.

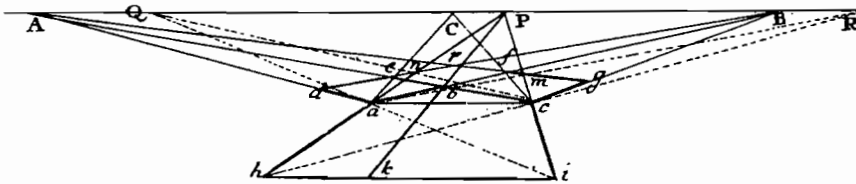


Fig. 71 - Tab. X (Notes et Add.)

On pourrait se servir de cette construction pour trouver à la règle seulement, pour tout point *R*, les points *P*, resp. *Q*, distants de 45, resp. 90, degrés, *AC* et *CB* étant supposés mesurer 45 degrés. Cette façon de procéder n'est certes pas des plus courtes.

Problème IX

Un cercle et son centre étant donnés; partager un arc quelconque en deux parties égales ⁽²³⁴⁾.

Soit *AB* l'arc. On trace les deux diamètres *AC* et *BD* et on complète le rectangle *ABCD*. On prolonge le côté *AD* jusqu'en un point *E* quelconque. Puis on trace successivement *EaB*, *abA*, *Ebd* et *cd*; *cd* divise l'arc *AB* en deux parties égales. *DC* étant parallèle à *AB*, *d* partage *AB* en deux parties égales et le diamètre passant par le milieu d'une corde, passe aussi par le milieu de l'arc.

(233) Lambert utilise dans cette construction les propriétés de l'échelle d'angles ou transporteur décrites *supra* au chap. III.2.; suivre fig. 71.

(234) Voir Steiner, *op. cit.*, chap. 3, probl. 5, partie *a*; suivre fig. 72.

p. 178 Si l'on trace une parallèle à ac passant par d ⁽²³⁶⁾ et si l'on prolonge bc , on trouvera sans peine que $df = 3 ad$ et que par conséquent $dg = 3 ed$. Or $db = \frac{3}{2} de$ et $de = \frac{1}{3} dg$, par conséquent $db = \left\{ \frac{3}{2} \cdot \frac{1}{3} \right\} dg = \frac{1}{2} dg$.

Problème XI

Trois lignes DB , EB et FB ayant un point commun en B , construire à la règle seulement une parallèle à DF passant par B , DE devant être égal à EF ⁽²³⁷⁾.

On trace arbitrairement une ligne ab , ensuite une ligne bc quelconque, mais issue de b . Par le point d'intersection d ⁽²³⁸⁾, on trace ad jusqu'en e , ensuite ce jusqu'à ce qu'elle rencontre ab prolongée en C ; CB sera la ligne cherchée.

BC est l'horizon; DB , EB et FB sont perspectivement parallèles, $aceb$ est l'image d'un parallélogramme; par conséquent EB ⁽²³⁹⁾ est situé entre DB et FB et partage toute ligne parallèle à l'horizon, comme DF , en deux parties égales.

Problème XII

Tracer à l'aide d'une règle seulement une parallèle à AB passant par un point donné D si Aa est à AC comme Bb à BC ⁽²⁴⁰⁾.

On trace la ligne aD et on la prolonge jusqu'en G , puis on trace CG , bG et AD . Par le point d'intersection F de AD et de CG , on trace BF jusqu'à ce qu'elle coupe la ligne bG ⁽²⁴¹⁾ en E et ED sera la ligne cherchée.

p. 179 Problème XIII

Aa étant à AC comme Bb est à BC , tracer une parallèle par un point quelconque D à l'aide d'une règle seulement⁽²⁴²⁾.

On trace comme ci-dessus bG , CG , aG , BDF et FA ; ED sera la parallèle cherchée.

Problème XIV

L'angle aBE étant égal à l'angle EBF , élever en B une perpendiculaire à EB à l'aide d'une règle seulement⁽²⁴³⁾.

(236) Lire fig. 73.

(237) Lire fig. 74. Les diagonales ae et cb du parallélogramme perspectif $abec$ se coupant en leur milieu, la fuyante dB , parallèle aux côtés ac et be du parallélogramme, coupe le segment DF de la ligne de terre en son milieu.

(238) De bc et de BE .

(239) Dans l'original, on lit ED par erreur.

(240) Lire fig. 75. Voir démonstration chap. IV, pb. XII, p. 189. Ce problème est bien représentatif des questions qui seront traitées dans la géométrie de position.

(241) Dans l'original, on lit aG par erreur.

(242) Lire fig. 76.

(243) Lire dans la figure 76.

La construction est identique à celle de la figure 74. En effet on trace ab quelconque, ensuite bc , issue de b , quelconque, jusqu'à son point d'intersection avec aB . En outre on prolonge ad jusqu'en e , finalement on trace ce jusqu'à ce qu'elle coupe ab en C et CB sera perpendiculaire à BE .

Car, d'après le problème XI, toute ligne parallèle à BC sera partagée en deux parties égales par les lignes aB , EB et FB ⁽²⁴⁴⁾, éventuellement prolongées. Comme les angles aBE et EBF sont égaux, les parallèles à BC et BC elle-même doivent couper la ligne BE sous angle droit.

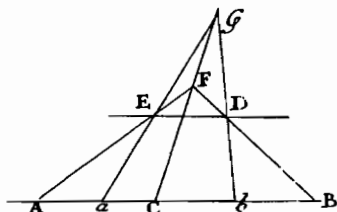


Fig. 76 - Tab. X (Notes et Add.)

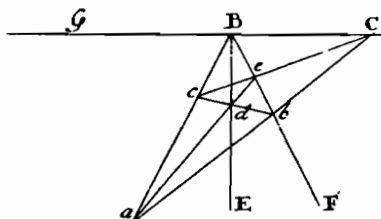


Fig. 77 - Tab. X (Notes et Add.)

Problème XV

Élever encore une perpendiculaire en B à l'aide d'une règle seulement si les angles aBG , FBC adjacents à une droite GC sont égaux ou ce qui revient au même, partager l'angle aBF en deux.

On trace deux lignes arbitraires Cc , Ca issues d'un point quelconque, C par exemple, de la ligne BC , jusqu'à ce qu'elles coupent aB et on marque leurs points d'intersection e et b avec FB . On trace ensuite les deux diagonales cb et ae et la perpendiculaire BdE cherchée passera par leur point d'intersection d .

p. 180

Si par contre l'angle droit EBC et l'angle EBF sont donnés, on pourra encore tracer Ce ⁽²⁴⁵⁾ et Cb quelconques et les prolonger. Comme le point d est entièrement indéterminé, on peut, pour le trouver, procéder par tâtonnements. S'il n'est pas correctement choisi, les points c et d ne seront pas sur la même droite que b ⁽²⁴⁶⁾, mais cd passera à gauche ou à droite de b et on pourra l'interpréter comme une tangente à une courbe; on tracera autant de tangentes qu'il y a de choix possibles pour le point d sur BE ; aB sera alors également tangente à cette courbe et pourra par conséquent être tracée avec toute la précision requise.

Les problèmes cités en exemples suffiront pour illustrer les constructions à la règle seulement. Il résulte de ces solutions que de très nombreux points peuvent être choisis arbitrairement et que de très nombreuses lignes peuvent être tracées arbitrairement ⁽²⁴⁷⁾. C'est

(244) Dans l'original, on lit FC par erreur.

(245) Dans l'original, on lit $C\ell$ par erreur.

(246) Dans l'original, on lit B par erreur.

(247) Lambert souligne l'intérêt de cette nouvelle géométrie appelée aussi « de position » par Carnot et qui sera constituée plus tard en corps de doctrine par J.-V. Poncelet. Voir *supra* chap. IV.

P- 181 une conséquence nécessaire de la restriction à l'emploi de la seule règle; si l'on admettait l'usage du compas avec celui de la règle, on pourrait inclure une condition supplémentaire dans l'énoncé des problèmes.

Dans les premiers problèmes, j'ai utilisé le compas uniquement pour les constructions géométriques des *Datis*; l'usage de la règle seule a été réservé aux solutions apportées. Parmi ces *Datis*, la configuration la plus simple est justement celle de deux lignes partagées en deux parties égales. Cette dernière permet de tracer des parallèles uniquement à la règle; réciproquement la donnée des droites parallèles permet de retrouver la configuration précédente. La question principale reste de savoir si l'on *peut partager les lignes en parties égales ou tracer une parallèle à celles-ci à l'aide de la règle seulement, sans construction annexe?* Ce dernier problème serait résolu si l'on voulait admettre une règle infiniment longue. Une telle règle n'est cependant pas à notre disposition. Peut être faut-il lier les deux problèmes, c'est-à-dire déterminer par approximation la parallèle et le partage de la ligne en deux, de sorte qu'on puisse vérifier une construction à l'aide de l'autre. La figure 74 suggère une indication supplémentaire, car la ligne DF ne peut être partagée en deux par BE sans être simultanément parallèle à CB. L'une des deux propriétés n'a pas lieu sans l'autre et on peut donc se servir de l'une pour vérifier l'autre.

Bibliographie

- [1] ALBERTI (L.-B.) - *De pictura*, 1^{re} éd. latine, Bâle 1540; éd. critique par L. Mallé, Florence, 1950; le manuscrit latin est daté du 26 août 1435, celui en langue italienne *Della Pittura* est daté du 15 Août 1436.
- [2] ALEAUME (J.) - *La Perspective spéculative et pratique... de l'invention de sieur Aleaume... mise au jour par Estienne Migon...*, Paris, M. Tavernier, 1643. Voir Migon [120].
- [3] AMODEO (F.) - « Albrecht Dürer precursore di Monge », *Atti real. Acc. sci. fis. mat.*, s. 2^a, t. 13, Naples, 1908, n° 16, 16 p.
- [4] ID. - « La Scienza della Prospettiva nel secolo XVIII, i nuovi indirizzi scientifici che da essa scaturirono e la ripresa della Geometrie descrittive » *Atti. Soc. Ital. del Progr. d. Scienze*, t. 2, 1934, p. 172-177.
- [5] ID. - *Origine e Sviluppo della Geometria prospettiva*, Naples, 1939, in-4°, 175 p.
- [6] APOLLONIUS DE PERGE - *Les coniques*, éd. et tr. Ver Eecke, Bruges, 1923. Réimp. Paris, Blanchard, 1963.
- [7] BALTRUŠAITIS (J.) - *Anamorphoses ou magie artificielle des effets merveilleux*, éd. Olivier Perrin, Paris, 1969, 190 p., 131 fig., notes et bibliographie importantes; reproduit d'anamorphoses; 3^e éd., fév. 1985.
- [8] BARBARO (D.) - *La pratica della prospettiva di Monsignor Daniel Barbaro eletto Patriarca d'Aquileia, opera molto utile a Pittori, a Scultori, et Architetti*, Venetia, 1568, 195 p., nb. fig., in folio.
- [8-1] BARROZI DE VIGNOLA, voir Vignola [183].
- [8-1-0] BÄRTSCHI (W.A.) — *Perspektive. Geschichte, Konstruktionsanleitung und Erscheinungsformen...*, Ravensburg 1976, 251 p., 392 ill.
- [8-2] BELHOSTE (B.) - *Cauchy, un mathématicien légitimiste au XIX^e siècle*, Paris, éd. Belin, 1985, collection « Un savant, une époque », préface de J. Dhombres, 14 × 21,5 cm, 224 p.
- [9] BERGER (M.) - *Géométrie*, Cedic-Nathan, avec concours CNRS, Paris, 1977, 5 vol.; vol. 1: Actions de groupes, espaces affines et projectifs; vol. 2: Espaces euclidiens...; vol. 3: Convexes et polytopes, polyèdres réguliers, aires et volumes; vol. 4: Formes quadratiques, coniques et quadriques; vol. 5: La sphère pour elle-même, géométrie hyperbolique, l'espace des sphères.
- [10] BOPP (K.) - *Johann Heinrich Lamberts Monatsbuch...* voir [97].
- [11] BOSSE (A.) - *La pratique du trait à preuves de M. Desargues... pour la coupe des pierres en l'Architecture*, Paris, P. Deshayes Imp., 1643, 2 parties en 1 vol., 13 × 20 cm, 56 p., 114 pl., front. gravés. B.N. : Rés. V 2225, 2272 et 2273.
- [12] ID. - *Manière universelle de M. Desargues pour pratiquer la perspective par petit pied, comme le géométral. Ensemble les places et proportions des fortes et faibles touches, teintes ou couleurs*. Seconde partie sous le titre: *De la règle de la Pratique de la perspective, pour les places et propositions des fortes et faibles touches, teintes et couleurs. Exemple de l'une des manières universelles du S.G.D.L. touchant la pratique de la perspective sans employer aucun tiers point, de distance n'y d'autre nature qui soit hors du champ de l'ouvrage*, Paris, Impr. Deshayes, 1648, (18), 344 p., 156 pl., 13 × 20 cm, 1 dépliant. BN : Rés. V 2000.
- [13] ID. - *Moyen universel de pratiquer la perspective sur les tableaux ou surfaces irrégulières, ensemble quelques particularitez, concernant cet art ou celui de la gravure en taille-douce*, Paris, 1653, 71 p., 31 pl., front. gravé. B.N. : Rés. V 2332 et 2333.
- [14] ID. - *Représentations géométrales de plusieurs parties de bastiments faites par les regles de l'architecture antique*, Paris, 1659, in-fol.
- [15] ID. - *Traité des pratiques géométrales et perspectives enseignées dans l'Académie royale de la peinture et sculpture*, Paris, 1665, in-8°, (18), 140 p., 67 pl.
- [16] BORROMINI (F.) — Voir SINISGALLI (Rocco), *Borromini à quattro dimensioni...* [154].
- [17] BOURGOING (C.) - *La perspective affranchie, contenant la vraie et naturele pratique jusques icy inconnue, et jugée impossible, par laquelle l'on peut représenter toutes sortes de figures, planes ou solides, droites ou inclinées, et leurs ombres pareillement, par leurs propres lignes et en faire une infinité de semblables, de toutes grandeurs, et en tous lieux, par un seul et mesme moyen, sans tracer ny supposer le plan géométral ordinaire, avec la théorie familière*, chez Jollain Rue Saint-Jacques A la Ville de Cologne Avec Privilège du Roy et permission des Supérieurs MDC LXI, F. Jollain sculpt.

- [18] BRIANCHON (Ch.-J.) « Géométrie de la règle », *Correspondance sur l'École Impériale polytechnique*, II, 5 janv. 1813, p. 383-387. De l'hexagone mystique de Pascal, 1, janv. 1814, p. 1-4, Hachette éd.
- [19] ID. - *Application à la théorie des transversales*, Paris, 1818, in-8°, 62 p. pl.
- [20] BRION-GUERRY (L.) - *Jean Pélerin Viator — Sa place dans l'histoire de la Perspective*, Paris, Soc. éd. Belles Lettres, 1962.
- [21] BRISSON (B.) - « Notice historique sur Gaspard Monge », Paris 1818, 27 p. Notice reproduite en tête de la 4^e éd. de la *Géométrie descriptive* de Monge (1820).
- [22] - CARNOT (Lazare) - *Géométrie de position*, Paris, éd. J.B.M. Duprat, an XI, 1803.
- [23] ID. - *Mémoire sur la relation qui existe entre les distances respectives de cinq points quelconques pris dans l'espace, suivi d'un essai sur la théorie des transversales*, Paris, éd. Courcier, 1806.
- [24] ID. - *De la corrélation des figures de géométrie*, Paris, éd. Duprat, 1801.
- [25] CAUCHY (A.-L.) - « Rapport sur un mémoire relatif aux Propriétés projectives des sections coniques de Poncelet », séance du 5 juin 1820, Académie Royale des Sciences, Institut de France. Reproduit dans la préface de l'ouvrage de Poncelet sur les propriétés projectives des figures [144].
- [26] CHASLES (M.) - *Aperçu historique sur l'origine et le développement en géométrie, particulièrement de celles qui se rapportent à la géométrie moderne, suivi d'un mémoire de géométrie sur deux principes généraux de la science, la dualité et l'homographie*, Bruxelles, 1837, 2^e éd., conforme à la première, Paris, Gauthier-Villars. 1875 et 1889.
- [26-1] ID - *Rapport sur les progrès de la géométrie*, Paris, 1870, 390 p.
- [27] CHOISY (A.) - *Histoire de l'Architecture*, Paris, 1909, 2 vol., in-8°. 2^e éd., 1929.
- [28] ID. - *Rapport sur les progrès de la géométrie*, Paris, imprimerie impériale, 1870, in-8°, 388 p.
- [29] COOLIDGE (J.-L.) - *The Mathematics of Great Amateurs*, London, Oxford University, Press, 1950; en particulier, Pietro della Francesca, Leonardo da Vinci, A. Dürer, B. Pascal, Guillaume de l'Hospital.
- [29-1] COUSIN (Jehan il Vecchio) - *Livre de perspective*, Paris, 1560, Royer.
- [30] COX (J.) - « Sur le théorème de Lambert relatif à la courbure apparente des planètes et des comètes », *Bulletin de l'observatoire de Lyon*, IX, 3 mars 1927, p. 91-92.
- [31] DAHAN (A.) - Voir Peiffer (J.) [140].
- [32] DEBRU (C.) - *Analyse et représentation de la méthodologie à la théorie de l'espace : Kant et Lambert*, Paris, éd. J. Vrin, 1977.
- [32-1] DELEDICQ (A.), GUIPAUD (C.), LAURENT (R.) - « Math, dessin, perspective », *Bulletin des professeurs de mathématiques*, n° 17, ministère Coopération, 136 p., 21 × 29 cm. 1978.
- [32-2] DELTHEIL (R.), CAIRE (D.) - *Géométrie, transformations, coniques*, éd. J.-B. Baillière, Paris, 1950, 304 p., 252 f., 16 × 24 cm.
- [32-3] ID. - *Compléments de géométrie*, éd. J.-B. Baillière, Paris, 1951, 438 p., 166 fig., 16 × 24 cm.
- [33] DESARGUES (G.) - *Exemple de l'une des manières universelles du S.G.D.L. touchant la pratique de la perspective sans employer aucun tiers point, de distance ny d'autre nature, qui soit hors du champ de l'ouvrage*, Paris, Bidault, May 1636, 32 × 22 cm, 12 p., 1 pl. contenant 3 figures; dédicace manuscrite à Isaac Beckman. Note de Tannery. BN: V. 1537 (3).
- [34] ID. - Réédition annotée et commentée par R. Laurent, préface de R. Taton, à paraître.
- [35] ID. - Réimpression dans l'ouvrage de Bosse: *Manière universelle de M. Desargues pour pratiquer la perspective*, Paris, 1648, p. 331-334, pl. 150, voir [12].
- [36] ID. - *Brouillon project d'exemple d'une manière universelle du S.G.D.L. touchant la pratique du trait à preuves pour la coupe des pierres en l'Architecture : et de l'éclaircissement d'une manière de réduire au petit pied en Perspective comme en Géométral, et de tracer tous Quadrans plats d'heures égales au Soleil*, Paris, Août 1640, 4 p., 26,5 × 38,5 cm, 5 pl., avec privilège.
Trois exemplaires se trouvent l'un au Metropolitan Museum of Art de New York, cf. W.H. Ivins. « Two first Editions of Desargues », *The Metropolitan Museum, Bulletin*, 1942, p. 33-47; le deuxième à la bibliothèque municipale de Quimper, le troisième à celle de l'Institut, Paris.
- [37] ID. - À paraître dans *Encyclopédie des Métiers des Compagnons du Devoir*, préf. R. Taton, notes et commentaires de R. Laurent et J. Sakarovitch: *Brouillon project...* de 1640 [36].
ID. - À paraître dans *Encyclopédie des Métiers des Compagnons du Devoir*, préf. R. Taton. Notes et commentaires de R. Laurent: *Brouillon projet du S.G.D.L. touchant une manière universelle de*

poser le style et tracer les lignes d'un Quadrant aux rayons du Soleil... avec la règle, la compas, l'équiere et le plomb, 1 pl., 22 × 24 cm, 1640. Retrouvée au Museum of History of Sciences d'Oxford par Rogers Turner, cette planche a été publiée dans *Archives internationales d'histoire des sciences*, n° 112, 1984, vol. 34.

- [38] ID. - *Œuvres de Desargues réunies et analysées par M. Poudra, précédées d'une nouvelle biographie de Desargues, suivies de l'analyse des ouvrages de Bosse...*, et d'un recueil très rare de divers libellés publiés contre Desargues... Paris, Leiber, 1864, 2 vol., in-8, pl.
- [39] ID. - 1) *Brouillon project d'une atteinte aux Événements des rencontres du cône avec un plan par S.G.D.L.*, Paris, 1639, 30 p., 19 × 26 cm pl.
 2) *Atteinte aux Événements des contrarietez d'entre les actions des puissances ou forces*, Paris, 1639, 4 p., 2 p. blanches, 19 × 26 cm, pl.
 3) *Advertissement*, Paris, 1639, 4 p., 19 × 26, errata relatifs aux textes précédents.
- [40] DHOMBRES (J.) - « L'enseignement des mathématiques par la méthode révolutionnaire: Les leçons de Laplace à l'École normale de l'an III », *Rev. Hist. des Sc.*, 1980, XXXIII/4, p. 315-348.
- [41] DUBREUIL (J.) - *La perspective pratique nécessaire à tous peintres, graveurs, sculpteurs... et autres se servant du dessin*, par un parisien, religieux de la compagnie de Jésus, Paris, Tavernier et L'Anglois.
 1^{re} partie, 1642. 16,5 × 23 cm.
 2^e partie, *La Perspective pratique qui donne une grande facilité à trouver les apparences de tous corps solide autant réguliers qu'irréguliers...*, 1647, 16,5 × 23 cm.
 3^e partie, *La Perspective pratique où se voient les beautés et raretés de cette science...*, 1649, 16,5 × 23 cm.
- [42] DÜRER (A.) - *Underweysung der Messung mit dem Zirckel und Richtscheit in Linien ebenen und gantzen Corporen, durch A. Dürer Zusammen gezogen und zu nutz allen Kunstliebhabenden mit zu gehörigen Figuren in Truck gebracht im Jar M.D. XXV...* Nuremberg, 1525. in-fol. sign. A-O. fig., ouvrage édité à compte d'auteur. B.N. : Res. Ta¹⁰1 (1). Instructions sur la manière de mesurer à l'aide du compas et de l'équerre les lignes, les plans et les solides, composées l'an 1525 à Nuremberg, avec gravures sur bois d'après ses dessins. 2^e éd. posthume 1533: 3^e éd. en 1538.
- [43] ID. - Ed. latine sous le titre: *Institutionum geometricarum libri quatuor in quibus, lineas...*, Nuremberg, 1525.
 - Ed. latine sous le titre: *Institutiones Geometricae*, Paris. 1532.
- [43-1] ID. - Edition fac-simile. augmentée d'une trad. anglaise, *The Painters's Manual, Albrecht Dürer*, translated and with a commentary by Walter L. Strauss, Abaris Books, inc. New York. 1977. 472 p., in-folio, nb. fig.
 On peut consulter sur Dürer, de J.-H. Coolidge, *The mathematics of great amateurs*. Oxford. 1949, p. 60-70.
- [44] ID. - *Etlliche Underricht zu Befestigung der Stett, Schloss und Flecken*, in-folio, Nuremberg, 1527. Ce traité sur la fortification des châteaux, villes et bourgs fut dédié à Ferdinand, roi de Hongrie, 2^e éd. posthume, 1530; 3^e éd. 1538; éd. latine, Paris 1535; éd. française, Dürer (A.), *Instruction sur la fortification des villes, bourgs et châteaux*, 1527, traduit de l'allemand et précédé d'une introduction historique et critique par A. Ratheau, Paris, Tanera, 1870, in-fol., XXII - 85 p. et pl.
- [45] ID. - *Hierinn sind begriffen vier Bücher von menschlicher Proportion*, Nuremberg, chez la veuve Dürer, 1528. in-fol. Rééditions à partir de 1532. B.N. : Res. Ta¹⁰2.
- [46] ID. - *Les quatre livres d'Albert Dürer, peintre et géométrien très excellent, de la proportion des parties et pourtraicts des corps humains*, traduits par Loys Meigret, Lionnois, de langue latine en française, Paris, C. Perier, 1557, in-fol., II-124 f., fig. et pl. B.N. : Rés. Ta¹⁰-1 bis.
- [47] ID. - *Albert Dürer à Venise et dans les Pays-Bas, biographie, lettres, journal de voyage, papiers divers*, traduit de l'allemand avec des notes et une introduction par Charles Narrey... Paris, Vve J. Renouard, 1866.
- [48] École Polytechnique, *Livre du Centenaire, 1794-1894*, Paris, Gauthier-Villars, t. 1, 1895. (LXV), 520 p. : t. 2, 1894, 570 p. ; t. 3, 1897, 648 p. ; nombreux portraits.
- [49] EULER (L.) - « *Determinatio Orbitae Cometæ qui mense Marti hujus anni 1742 potissimum fuit observatus* », dans les *Miscellanea Berolinesia*, t. VII. 1743. Reproduit dans *Leonhardi Euleri Opera Omnia*. II. vol. 28. 1959.

- [50] ID. - *Theoria Motuum Planetarum et Cometarum, Continens Methodum Facilem... Orbitae Cometarum Determinandi*, Berlin 1744; ed. critique. publiée avec autres textes cométaires d'Euler par Léo Courvoisier, dans les *Opera Omnia*, II, 28, Zurich, 1959, in-4° (XL), 322 p.
- [50-0] FELLMANN (E.A.) - « Uber ein spezielles Problem der Perspektive bei Johann Heinrich Lambert » in *Verhandlungen der Naturforschenden Gesellschaft in Basel*, t. 70, 1959, p. 1-6.
- [50-1] FLOCON (A.), TATON (R.) - *La Perspective*, Paris., P.U.F., 1963, Coll. « Que sais-je ? » n° 1050, plusieurs rééd.
- [54] FRANCASTEL (P.) - *Peinture et société*, Paris, éd. Denoël Gauthier, 1977.
- [52] FREZIER (A.) - *La théorie et la pratique de la coupe des pierres et des bois pour la construction des voûtes et autres bâtiments civils et militaires ou traité de stéréotomie à l'usage de l'architecture*, Strasbourg, 1737, 1738, 1739, 3 vol. in-4°, 2^e éd., 1769.
- [53] GERGONNE (J.D.) - *Annales de mathématiques pures et appliquées*, recueil périodique..., Nîmes, 1810-1832, 22 vol. in-4°.
- [54] GONSETH (F.) - *La géométrie et le problème de l'espace*, Neuchâtel, Griffon, 1944, 1955. 6 fasc.
- [54-1] GRAY (J.J.), TILLING (C.) - « Johann Heinrich Lambert, Mathematician and Scientist (1728-1777) », *Historia mathematica*, 5, 1978, 13-41.
- [55] GUIDOBALDO - *Guidi Ubaldi e Marchionibus Montis Perspectivae Libri sex*, Pesaro, 1600, 310 p., nb. fig., in-4°. Voir trad. italien par R. Sinisgalli [155].
- [56] HACHETTE (J.N.) - *Correspondance sur l'École Polytechnique*, 18 cahiers, 3 vol., in-8°, avril 1804 - mai 1816.
- [56-1] ID. - *Correspondance sur l'École impériale Polytechnique, à l'usage des élèves de cette école*, 3 t., Paris, 1808-1815. Bibliothèque de l'École Polytechnique: X² b 11.
- [57] ID. - *Notice sur la création de l'École Polytechnique*, Paris, s.d. 11 p. B.N. : 8° L f¹⁴¹ 2.
- [58] ID. - *Traité de géométrie descriptive...*, Paris, 1822, in-4°, XXVI - 320 p., 72 pl., 2^e éd., 1828.
- [59] HENNEBICQ (D.) et MOLLE (G.) - *La mise en perspective*, Paris, éd. Eyrolles, (X), 110 p., nb. fig., 21 × 30 cm.
- [60] HURET (G.) - *Optique de portraiture et peinture, en deux parties... ensemble les plus curieuses et considérables questions qui ayent esté proposées jusques à présent sur la portraiture et la peinture, avec leurs solutions*, Paris, chez Huret G., 1670, 151 p., front. gravé, 7 pl., 60 fig. B.N. : V 2602.
- [60-0] IVINS (W.M.) - « On the Rationalisation of Sight », *Metrop. Mus. of Art Papers*, n° 8, New York, 1938, p. 27-31.
- ID. - « Two first editions of Desargues », *Bul. of the Metrop. Mus. of Art*, n^o s., t. 1, 1942, p. 33-45.
- ID. - *Art & Geometry. A Study in Space Intuition*, Cambridge (U.S.A.), 1946, (X), 135 p., in-8°. Chez Dover publications, New York, 1964, (X), 113 p., ill.
- [60-1] JAMNITZER (W.) - *Perspectiva corporum regularium, das ist ein fleissige Fürweisung wie die fünf Regurlirten Körper...*, Nuremberg, 1568.
- [61] JAQUEL (R.) - *Le savant et philosophe mulhousien Jean-Henri Lambert (1728-1777). Études critiques et documentaires*, Paris, éd. Ophrys, 1977, Université du Haut-Rhin, Centre d'études et de recherches rhénanes, 170 p., ill.
- [61-1] ID. - « Max Steck (1907-1971) et le renouveau, pendant la seconde moitié du XX^e siècle des études sur le savant et philosophe Jean-Henri Lambert (1728-1777) », *Bulletin du Musée Historique de Mulhouse*, t. LXXXVI, 1979.
- [61-2] ID. - « Le problème nuancé de la nationalité du « Leibniz alsacien » Jean-Henri Lambert », *Bulletin du Musée historique de Mulhouse 1971-1973*.
- [61-3] ID. - « Lambert Jean-Henri », *Encyclopédie de l'Alsace*, t. VIII, Strasbourg, 1984.
- [61-4] ID. - « Introduction à l'étude des débuts scientifiques (1752-1755) de... Lambert. Le rôle de Daniel Bernoulli » dans *Comptes rendus du 104^e Congrès nat. des Soc. savantes*, Bordeaux, 1979, Fasc. IV, Paris, B.N., 1979, p. 27-38.
- [62] JOUSSE (M.) - *La perspective positive... latine et française... augmentée...*, de Viator (Jean Pèlerin dit), La Flèche, 1635, in-8°.
- [63] KAGAN (V.) - *Lobachevskii*, Moscou, éd. Mir, trad. française du russe par I. Sokolov, 1974.
- [63-1] KIRCHER (A.) - *Ars magna lucis et umbrae in decem libros digesta*. Rome, 1646, in mezzo fol., H. Scheus, 810 p., illus.
- [64] LACAILLE (N.-L.) - *Leçons élémentaires de mathématiques*, Paris, 1741. B.N. : V 19950.
- [65] ID. - *Leçons élémentaires d'optique...*, Paris, éd. frères Guérin, 1750. B.N. : V 25153.

- [66] ID. - *Leçons élémentaires d'optique...* Nouvelle édition revue, corrigée, augmentée, Paris, éd. H.-L. Guérin et L.-F. Delatour, 1756.
- [67] ID. - *Astronomiae fundamenta*, Paris, 1757, in-4°, 244 p. B.N. : R. 85133.
- [68] LAGRANGE (J.-L.) - *Œuvres de Lagrange* publiées par M.J.A. Serret, Paris, Gauthier-Villars, 1867-1892, vol., in-4°.
- [69] ID. - *Les éléments des sections coniques démontrées par synthèse, ouvrage dans lequel on a renfermé le petit traité des sections coniques de M. De La Hire*, par M. Mauduit, Paris, Desaint et Saillant, 1757, 2 vol., in-8 pl.
- [70] LA HIRE (P. de) - *Nouvelle méthode en géométrie pour les sections des superficies coniques et cylindriques qui ont pour bases des cercles ou des Paraboles, des Ellipses et des Hyperboles*, Paris, 1673, 20,5 × 16 cm, pièces lim., 94. pl B.N. : V 6274 (1).
- [71] ID. - *Nouveaux éléments des sections coniques, les lieux géométriques, la construction ou effecton des équations*, Paris, A. Pralard, 1679, 2 parties en 1 vol., pièces lim., 452 p., fig. B.N. : V 18447.
- [72] LAMBERT (J.-H.) - *Der handschriftliche Nachlass von J.-H. Lambert (1728-1777) Standorts—Katalog, auf Grund eines Manuskriptes von Max Steck herausgegeben von der Universitätsbibliothek Basel. Basel, Öffentliche Bibliothek der Universität, 1977.* Ce catalogue des manuscrits de Lambert est basé sur un manuscrit de Max Steck édité par la Bibliothèque universitaire de Bâle-en 1977.
- [73] ID. - *Anlage zur Perspektive*, Aug. 1752, ms. 24 p., 8 pl., Bibl. Univ. Bâle, Cod. 736/Nr 15; 1^{re} éd. en langue all., 1943, cf. [157]; 1^{re} éd. en langue fr., Cf. [101].
- [74] ID. - *Joh. Heinrich Lamberts deutscher gelehrter Briefwechsel, herausgegeben von Joh. Bernoulli*, Berlin, 5 vol., 1781-1787.
- [75] ID. - *Les propriétés remarquables de la route de la lumière par les airs et en général par plusieurs milieux réfringens, sphériques et concentriques*, La Haye, chez H. Scheurleer, 1758, Réimpr. en fac-simile, préfacée par D. Speiser, Paris, Alain Brieux, 1977, XXXVIII-(1)-116 p., 2 pl., 11 fig. (2).
- [76] ID. - *La perspective affranchie de l'embarras du plan géométral*. Zurich, chez Heidegger et Cie, 1759, 19,5 × 12 cm, 193 p. (VI), 6 pl. h.t. Cette œuvre a été en même temps publiée en allemand sous le titre :
- [77] ID. - *Die freye Perspective, oder Anweisung, jeden perspektivischen Aufriss von freyen Stücken und ohne Grundriss zu verfertigen*, Zurich, Bey Heidegger und Compagnie, 1959, in-8°.
- Deuxième édition 1774, voir [92].
- [78] ID. - *La perspective affranchie de l'embarras du plan géométral*. Réimpr. en fac-simile, préfacée par H. Pfeiffer, Paris, Alain Brieux, 1977, 21 × 12,5 cm, XIX-(9) - 192 (2) p., 6 pl. h.t.
- [79] ID. - *Photometria sive de mensura et gradibus luminis, colorum et umbrae*. Augustae Vindelicorum, Sumptibus Viduae Eberhardi Klett Typis Christophori Petri Detleffsen, 1760, in-8. (XVI)-560 p., pl. B.N. : V 20592.
- [80] ID. - *Photométrie ou traité des degrés et de la mesure de la lumière, des couleurs et de l'ombre*, traduction manuscrite en français, 182 p., 31.5 × 20 cm, 5 pl., 25 f., préface manuscrite anonyme de 32 p., Bibliothèque de l'Institut de France. ms-I. 2029.
- [81] ID. - *Lettres cosmologiques sur l'organisation de l'Univers*, 1761, traduction en français par l'astronome toulousien Darquier, augmentées de notes de J.M.C. Van Utenhove d'Utrecht et de J. Merleau et éditée en 1801 à Amsterdam chez Keulen. Réimpr. en fac-simile, préface par M.-J. Merleau Ponty, Paris, 1977, Alain BRIEUX, 21 × 12,5 cm, XIX-290 p., 1 pl.
Sur l'histoire de cette traduction cf. R. Jaquel, *La traduction française commentée (de 1801) des Cosmologische Briefe (de 1761) de Jean-Henri Lambert (1728-1777)*, A. Blanchard, 1971.
- ID. - *Cosmological Letters on the Arrangement of the World-Edifice*. Translated with an Introduction and Notes by Stanley L. Jaki, Science History Publications, New York et Scottish Academic Press, 1976, Edimbourg, 245 p.
- [82] ID. - *Insigniores orbitae cometarum proprietates*, Augsburg, Eberhardt Kletts, sel. Wittib., 1761, 128 p., 3 tb., 2 pl. comprenant 26 fig.
- [83] ID. - *Lambert's Abhandlungen zur Bahnbestimmung der Cometen, Insigniores orbitae cometarum proprietates (1761). Observations sur l'apparence des comètes (1771). Auszüge aus den Beiträgen zum Gebrauche der Mathematik (1772), Deutsch herausgegeben und mit Anmerkungen versehen von J. Bauschinger, Ostwald's Klassiker der exakten Wissenschaften n° 153, Leipzig, 1902, 150 p., nombreuses figures, 19 × 12 cm. B.N. : 8° R 22039 (133) (Mémoires sur la détermination de l'orbite des comètes).*
- [84] ID. - «De re ichnographia campi vel regionis delineatione independenter ab omni basi perficienda», *Nova Acta Eruditorum*, 1763, p. 143-154.

- [85] ID. - *Kurzgefasste Regeln zu perspectivischen Zeichnungen vermittels eines zu deren Ausübung so wie auch zu geometrischen Zeichnungen eingerichteten Proportional-Zirkels*, Augsburg, Verlegts Eberhardt Klett's seel. Wittib., 1768, in-8, 32 p., pl. 2^e éd. 1770. B.N. : V 23925 (3).
(Règles brèves pour les dessins en perspective au moyen d'un compas de proportion conçu pour leur exécution ainsi que pour les dessins géométriques.)
- [86] ID. - « Mémoire sur la partie photométrique de l'art du peintre », *Histoire de l'Académie Royale des Sciences et Belles Lettres de Berlin*, 1770, p. 80-108, 1 pl., 4 fig.
- [87] ID. - « La perspective aérienne », *Nouveaux mémoires de l'Acad. Roy. des Sc. et Belles Lettres de Berlin*, année 1774, Berlin, 1776, p. 74-80.
- [88] ID. - « Correspondance de 8 lettres écrites en français (de 1768 à 1770) relatives à des problèmes géométriques, entre Jean-Henri Lambert et la Comtesse polonaise Skorzewska », publiée par Joseph Wilhem dans le *Jahrbuch der Elsass - Lothringischen wissenschaftlichen Gesellschaft zu Strassburg*, t. XII. Colmar 1939, p. 126-136. (Se trouve référenciée à la Bibliothèque Nationale sous le code : 4^oLC²⁹ 154 - Année 1939.)
- [89] ID. - *Beschreibung einer mit Calaischem Wachse ausgemalten Farben-Pyramide, wo die Mischung jeder Farbe aus Weizs und drey Grundfarben angeordnet, dargelegt und derselben Berechnung und vielfacher Gebrauch gewiesen wird*, Berlin, bey Haude und Spener, 1772, (VII), 128 p., planche coloriée de la pyramide des couleurs. B.N. : V 10483 et 10489.
- [90] ID. - *Anmerkungen und Zusätze zur Entwerfung der Land und Himmelscharten*, von J.-H. Lambert (1772), 6^e contribution de la 3^e partie de [91], rééd. par A. Wangerin dans « *Ostwalds Klassiker der exakten Wissenschaften* », Nr. 54, Leipzig, 1894, W. Engelmann, in-16, 96 p., fig., B.N. : 8^oR. 22039 (54).
Ces « Remarques et compléments pour l'établissement des cartes terrestres et célestes » parurent en effet dans les « Contributions à l'utilisation des mathématiques et de leurs applications » [91].
- [91] ID. - *Beyträge zum Gebrauche der Mathematik und deren Anwendung*, Berlin, im Verlage des Buchladens der Realschule, 1765-1772, 3 parties en 4 t. Voir [90].
- [92] ID. - *Die freye Perspective, oder Anweisung, jeden perspektivischen Aufriss von freyen Stücken und ohne Grundriss zu verfertigen*, Zurich, 1774, 12 × 18,5 cm.
Cet ouvrage comprend trois parties reliées en un seul volume.
1) La première partie est constituée par la deuxième édition en version allemande de « *La perspective affranchie...* » de 1759 [77] ; c'est un reprint portant le titre : *Die freye Perspective, oder Anweisung, jeden perspektivischen Aufriss von freyen Stücken und ohne Grundriss zu verfertigen*, Zurich, bey Heidegger und Cie, 1759, 12 × 18,5 cm, (XII), 198 p., 6 tab., 31 fig.
2) La deuxième partie en langue allemande est constituée par les « *Notes et Additions à la Perspective affranchie...* » de 1759, *Anmerkungen und Zusätze*, et porte le titre : *J.-H. Lambert's freye Perspektive, oder Anweisung, jeden perspektivischen Aufriss von freyen Stücken und ohne Grundriss zu verfertigen*, zweyter Theil, Zurich, bey Orell, Gessner, Füsslin und Cie, 1774, 12 × 18,5 cm, 181 p., 10 tab., 77 fig.
3) Enfin la troisième partie est relative au Compas de proportion, 32 p., 2 tab., 4 fig. n'est autre que l'édition de 1768, *Kurzgefasste...*, [85], 12 × 18,5 cm. B.N. : V 23925 (1 et 2).
- [93] ID. - *Soliditas pyramidis per latera facierum determinata*. Voir [87].
- [94] ID. - « Notes sur la perspective aérienne », Bibliothèque de l'École Nationale des Ponts et Chaussées, Paris, Ms. 1129 ; 8 p.
- [95] ID. - *Lambert's Photometria (Photometria, sive de Mensura et gradibus luminis, colorum et umbrae)...*, Deutsch herausgegeben von E. Anding.... Leipzig, W. Engelmann, 1892, 3 vol., in-16, fig.
- [96] ID. - *Die vornehmsten und brauchbarsten Grundsätze der Perspektive, aus Betrachtung einer perspektivisch gezeichneten Landschaft abgeleitet*. Hindenburgs Archiv, 1799, 9 Heft. p. 1-21 (1 pl.).
- [97] ID. - *Johann Heinrich Lamberts Monatsbuch mit den zugehörigen Kommentaren, sowie mit einem Vorwort über den Stand der Lambert-Forschung, herausgegeben von K. Bopp*. Abhandlungen der Königl.-bayer. Akademie der Wissenschaften (math., phys. Klasse), Bd. 27, 6. Abh., Munich, 1915, 29 × 21 cm, 84 p. Le « *Monatsbuch* » est le journal dans lequel Lambert notera de 1752 jusqu'en 1777, année de sa mort, ses travaux en cours et commentaires.
- [98] ID. - « Les principes de la perspective chromatique aérienne et les lois du coloris ». Bibliothèque Universitaire de Bâle, manuscrit, section 736/ne9, p. 245-56.

- [99] ID. - *Theorie der Parallel-Linien*, Leipziger Mag. f.r.u.ang. Math., 1786. Reproduit dans P. Stäckel und F. Engel, *Die Theorie der Parallellinien von Euklid bis auf Gauss. Eine Urkundensammlung zur Vorgeschichte der nicht-euklidischen Geometrie*, Leipzig, Teubner, 1895, p. 152-208. Ce travail de Lambert a été écrit en sept. 1766.
- [100] *Colloque international et interdisciplinaire Jean Henri Lambert*, Mulhouse, sept. 1977, C.N.R.S., éd. Ophrys, Paris, 1979, 407 p., nombreux articles biographiques, sur l'œuvre scientifique et philosophique de Lambert.
- [101] LAURENT (R.) - PEIFFER (J.) - *Essai sur la perspective*, trad. fr. par J. Peiffer de « *Anlage zur Perspektive* » de J.-H. Lambert (cf. [73]); notes et commentaires, introduction par Roger Laurent, préface de René Taton; éd. Monom, 43, av. du Contrat, Coubron, 1981.
- [102] LAURENT (R.) - « Problèmes de géométrie de la règle comme contribution au développement de la géométrie projective dans l'œuvre de 1774 de J.-H. Lambert *Anmerkungen und Zusätze* », p. 161-181, *Actes du Colloque d'histoire des mathématiques*, Marseille-Luminy, juin 1983.
- [103] ID. - « La perspective », *Mosaïque mathématique*, Catalogue mathématique, Cité des Sciences et des Industries de la Villette, sept. 84, p. 27-34.
- [104] ID. - « La perspective », *Bulletin des professeurs de mathématiques de l'enseignement public*, n° 333, fév. 1983, p. 29-42.
- [105] ID. - « La perspective », *Aspect de la recherche* (Revue de l'Université Paris Sud), déc. 1984, p. 31-36.
- [106] ID. - Réédition commentée et annotée de l'*Exemple de l'Une des manières universelles du S.G.D.L. touchant la pratique de la perspective sans employer aucun tiers point...* [33] (1636), à paraître dans l'*Encyclopédie des métiers des compagnons du devoir*.
- [107] ID. - Réédition commentée et annotée du *Brouillon project d'exemple d'une manière universelle du S.G.D.L. touchant... coupe des pierres en l'Architecture... Quadrans plats d'heures égales au soleil* [36] (1640), à paraître dans l'*Encyclopédie des métiers des compagnons du devoir*.
- [108] ID. - *Math., Dessin, perspective*, 1798 [32-1]. Voir Deledicq.
- [109] LAVIT (J.B.O.) - *Traité de Perspective*. Paris, Firmin Didot, an XII-1804, 2 vol., pl. gravées, B.N. : V 7373-7374.
- [110] LEBESGUE (H.) - *Leçons sur les constructions géométriques*. Paris, Gauthier-Villars, 1942. Des remarques historiques. Étude sur cet ouvrage dans « *Revue gén. des Sc.* », 1953, p. 264-76.
- [110-1] LESSING (G. E.) - *Laokoon, oder über die Grenzen der Malerei und Poesie*. Berlin. 1766.
- [111] L'HOSPITAL (G. F. Marquis de) - *Traité analytique des sections coniques et de leur usage pour la résolution des équations dans les Problèmes tant déterminés qu'indéterminés...* Paris, Montalant, 1720, in-4°, (6), 459, (3) pp., 34 pl. dépl. h.t.
- [112] L'HOSPITAL (G. F. de) - *Traité analytique des sections coniques et de leur usage pour la résolution des équations dans les problèmes tant déterminés qu'indéterminés*. Ouvrage posthume... 2^e éd. Paris, Moutard, 1776, in-4°. (4), 459, 45 pl.
- [113] LORIA (G.) - « Chasles et la théorie des sections coniques », *Osiris*, t. 2, p. 421-50.
- [114] ID. - *Histoire des sciences mathématiques dans l'antiquité hellénique*, Paris, Gauthier-Villars. 1929.
- [115] ID. - *Transformation des coordonnées projectives*, Paris, 1902.
- [116] ID. - *Storia della Geometria Descrittiva delle origini, sino ai giorni nostri*, Milan, Ulrico Hapli, 1921, in-8, XXIV, 584 p.
- [117] LUCE (J.-H.) - « Géométrie de la perspective à l'époque de Vitruve », *Rev. Hist. Sci.* 1953, p. 308-321.
- [118] MAROLOIS (S.) - *Opera mathematica, ou Œuvres mathématiques, traictans de géométrie, perspective, architecture, et fortification. Ausquels sont ajointes les fondemens de la perspective, et architecture, de I. Vredemen-Vriese*, augmentée et corrigée en divers endroits par le mesme auteur, 1614-1617, 6 vol. comprenant des tables de Hans Vredeman de Vries, nombreuses éditions. Une éd. de 1628 est conservée à la bibliothèque d'Art et d'Archéologie, Paris, Réf. 4L282.
- [119] MASCHERONI (L.) - *La geometria del compasso*, Pavie, 1797, in-8°, 2^e éd., 1901; trad. fr., *Géométrie du Compas*, Paris, 1798, in-8°, XXIV - 264 p., 14 pl.; 2^e éd., 1828; éd. Pierru Monom 1980, 43 av. du Contrat, Coubron.
- [119-1] MERSENNE (M.) - *La Perspective curieuse...* voir [132].
- [119-2] ID. - *Harmonie universelle, contenant une théorie et une pratique de la musique...*, Paris, 1636, 7 parties en 1 vol., in-fol.
- [119-3] ID. - *Universae geometricae mixtaeque mathematicae synopsis...*, Paris, 1643, in-4°.

- [120] MIGON (E.) - *La perspective spéculative et pratique où sont démontrés les fondements de cet art et tout ce qui a été enseigné jusqu'à présent, ensemble de la manière universelle de la pratiquer, non seulement sans plan géométral, et sans tiers point, dedans ni dehors le champ du tableau. Mais encore par le moyen de la ligne, communément appelée horizontale.* De l'invention du Sieur Alleaume, Ingénieur du Roy, mis à jour par Estienne Migon, Paris, éd. Melchior Tavernier et F. Langlois, 1643, 24,5 × 17,5 cm, (6) 160 p., fig. B.N. : V 10273.
- [121] MONGE (G.) - « Mémoires sur les propriétés de plusieurs genres de surfaces courbes, particulièrement sur celles des surfaces développables, avec une Application à la Théorie des Ombres et des Pénombres », mémoire présenté le 11 janvier 1775. *Mémoires de mathématiques et de physique présentés par divers savants devant l'Académie Royale des Sciences*, t. IX, p. 382-440, 3 pl., 1780.
- [122] ID. - « Mémoire sur quelques phénomènes de la vision. » *Annales de chimie*, t. 3, p. 131-147, 1789.
- [123] ID. - *Textes des leçons de géométrie descriptive données par Monge à l'École Normale*, recueillis par des sténographes et corrigés par les professeurs, 1795 : t. 1, p. 49-64 (séance du 1^{er} pluvirose an III), 278-285 (9 pluv.), 401-413 (21 pluv.); t. 2, 149-171 (1 vent.), 338-368 (11 vent.); t. 3, p. 61-106 (21 vent.), 332-356 (1 germ.); t. 4, p. 87-99 (11 germ.), 291-313 (21 germ.); t. 7 : débats : p. 28-34 (11 pluv.), 63-74 (16 pluv.), 144-151 (26 pluv.); textes reproduits dans diverses éditions ultérieures de ces séances et dans les éditions séparées de la géométrie descriptive de Monge avec quelques variantes de détail (1799, 1811, etc.).
- [124] ID. - *Géométrie descriptive*. Leçons données aux Écoles Normales de l'an III de la République, publié par Hachette, 1799, in-4° 132 p., 25 pl.
- [125] ID. - *Application de l'Algèbre à la géométrie à l'usage de l'École Impériale Polytechnique*, (Hachette), Paris, Bernard, 1805, in-4°, (IV), 56 p., 1 pl. Voir pour une bibliographie plus détaillée sur l'œuvre de Monge, Taton (R.) [166], p. 377-393, mais retenons les éditions de 1827, 1838, 1847 et 1922.
- [126] ID. - *Géométrie descriptive, augmentée d'une théorie des ombres et de la perspective*, extraite des papiers de l'auteur par Brisson, 4^e éd., Paris. 1820, Bachelier, 25,5 × 20,5 cm, (XX), 188 p., XXVIII pl., 53 fig. Biblio. École Polytechnique, Cote A⁴d⁵.
- [127] ID. - Manuscrit anonyme comprenant trois leçons de Monge sur la perspective aérienne, 22 p., suivi d'un cours de perspective linéaire de l'École Polytechnique, 8 p., 31,5 × 20,5 cm, 2 fig., Bibliothèque de l'École Nationale des Ponts et Chaussées, Ms 3112.
- [128] MONTUCLA (J.-E.) - *Histoire des mathématiques*, 2 vol, Paris, 1758, rééd., 4 t. H. Agasse, 1799-1802, rééd., 4 t., A. Blanchard, Paris, 1968.
- [129] NEWTON (I.) - *Opticks*, écrit en 1675, éd. anglaise, 1704 ; éd. latine 1706 ; 2^e éd. anglaise 1717.
- [130] ID. - *Traité d'optique...* trad. de l'anglais par M. Coste. Amsterdam. Pierre Humbert. 1720, 2 vol., 16,5 × 9,5 cm. XVI - 584 p., XII pl.
- [131] ID. - *Traité d'optique*, reproduction en fac-simile de l'éd. de 1722, Paris, Gauthier-Villars, 1955, 22,5 × 14 cm, 496 p., 5 pl. h.t., coll. « Les Maîtres de la pensée scientifique ».
- [132] NICERON (P.J.F.) - *La perspective curieuse ou magie artificielle des effets merveilleux, de l'optique par la vision directe, la catoptrique par la réflexion des miroirs plats, cylindriques et coniques, la dioptrique par la réfraction des cristaux. Dans laquelle, outre un abrégé et méthode générale de la perspective commune, réduite en pratique sur les cinq corps réguliers, est encore enseignée de façon à faire et à construire toute sorte de figures difformes, qui étant vues de leur point paraissent dans une juste proportion : le tout par des pratiques si familières que les moins versés en la géométrie s'en pourront servir avec le compas et la règle. Œuvre très utile aux Peintres, Architectes, Graveurs, Sculpteurs et à tous autres qui se servent du dessin en leurs ouvrages*, Paris, éd. P. Billaine, 16 juillet 1638, (X), 122 p., 25 pl. 2^e éd. revue par Mersenne et Roberval, 1652; cette seconde édition retardée par la mort de Nicéron en sept. 1646 fut confiée à Mersenne, puis après la mort de ce dernier en 1648 à Roberval; elle diffère sur certains points de l'éd. latine, le *Thaumaturgus...* publiée par Nicéron en août 1646, un mois avant sa mort [133].
- [133] ID. - *Thaumaturgus opticus...*, Paris, 1646, in folio, éd. latine de *La Perspective curieuse...*, [132] de 1638.
- [134] ID. - *La perspective curieuse du R.P. Nicéron Minime*, 1^{re} partie, 4 liv., éd. J. Dupuis, Paris, 1663, (16), 192 p., relié en un seul volume avec *l'optique et la catoptrique du R.P. Mersenne du même ordre, mise en lumière après la mort de l'auteur*, 2^e partie, 2 liv., éd. V^v Langlois, Paris, 1661, (12), 134 p., 50 pl. h.t. Bibliothèque d'Art et d'Archéologie. Paris, 4^o L. 320.

- [135] D'OCAGNE (M.) - *Cours de géométrie*, École Polytechnique, 2^e division, 1^{er} semestre, 1922-23. Bibliothèque École Polytechnique - Cote a^{4e}82.
- [136] PACIOLI (L.) - *La divina proporzione*, Venise, 1509, in-fol. éd. Vienne, 1889.
— éd. récente: *Divine proportion, œuvre nécessaire à tous les esprits... très secrète science*, suivi du *Traité d'Architecture*, éd. Librairie du Compagnonnage, 1980; trad. fr. par G. Duchesne. M. Giraud et M.-T. Sarrade, 200 p.; fac.-simile de l'ouvrage de Pacioli 36 p., (54 p. pl.), (LXI pl.), 27 p., 20 × 28 cm.
- [137] PANOFSKY (E.) - *La Perspective comme forme symbolique*, trad. G. Ballangé, Préface de Marisa Dalai Emiliani sur la question de la Perspective, Paris, éd. de Minuit, 1975, 280 p., 40 pl., 24 fig.
- [138] PASCAL (B.) - *Œuvres complètes publiées suivant l'ordre chronologique* (L. Brunschvicg, P. Boutroux, F. Gazier), Paris, 1904-1914, 14 vol. in-8° en 3 séries.
— « L'essai pour les coniques » de 1640 a été publié par R. Taton dans [163].
- [139] PEIFFER (J.) - « Espace et multiplicité d'espaces », *Dupé, demain l'architecture*, n° 819, nov. 1980, p. 26-30.
- [139-1] PEIFFER (J.) En collaboration avec R. Laurent, trad. fr. commentée et annotée du manuscrit « *Anlage zur Perspektive* » de J.-H. Lambert, cf. [101].
- [140] PEIFFER (J.) - DAHAN (A.) - *Une histoire des mathématiques, Routes et Dédales*, Pr. J.-T. Desanti, Coll. « Le Point Sciences », Le Seuil, Paris, 1986 (1^{er} éd., 1982).
- [141] PELERIN (J.) - *De Artificiali Perspectiva*, Toul, chez Jacobi, 1^{re} éd. 9 juillet 1505, 2^e éd., Toul, chez Jacobi. 1509, 3^e éd., Toul, chez Jacobi, 1521. Fac.-simile complet par A. Pilinski. augmenté d'une notice, J. Laget éd., Paris, 1978, 24 × 32 cm. (20), 20 p. de texte. 40 pl.
- [142] PIERO DELLA FRANCESCA. - *De prospectiva pingendi*, vers 1470; la dédicace à Federico d'Urbino est de 1482.
Ed. moderne par Nicco Fasola, Firenze, Sansoni, 1942, in-8°, 218 p., atlas de XLIX pl. : cette édition remarquable a été établie d'après le manuscrit de la bibliothèque Palatine de Parme; le texte de Piero a été publié pour la première fois par C. Winterberg, *Petrus Pictor Burgenois. De Prospectiva Pingendi*, Strasbourg, 1899, avec trad. allemande.
- [143] ID. - *De corporibus regularibus*, trad. en italien par Luca Pacioli qui l'a inséré dans son livre. *La divina proporzione*, ed. moderne par G. Mancini, *Memorie della Regia Acc. dei Lincei*, série V. vol. 14, fasc. 7 B, 1915, p. 446-477.
- [144] PONCELET (J. V.) - *Traité des propriétés projectives des figures*, ouvrage utile à tous ceux qui s'occupent des applications de la géométrie descriptive et d'opérations géométriques sur le terrain, Paris, 1822, éd. Bachelier, préface de l'auteur, rapport de Cauchy à l'Académie des Sciences, (XLVI), 426 p. (1), 12 pl., 2^e éd., Paris, 1865-1866, 2 vol., in-4°.
- [145] POUDRA (N. G.) - *Histoire de la perspective ancienne et moderne*, suite au cours professé à l'École de l'État-Major, Paris. éd. Corréard, 1864, 586 p., 12 pl., 15 × 21 cm.
- [146] ID. - *Œuvres de Desargues réunies et analysées...*, Paris, 1864, 2 vol. voir [38].
- [147] QUINTINO SELLA - *Principes géométriques du dessin et en particulier du dessin axonométrique*. Traduit de l'italien par le capitaine Dewuff, 44 p., avec une lettre d'accompagnement. Archives du Génie, Art. 21, sect. 13, §2, carton 2, pièce n° 47.
- [148] RAYNAUD (G.) - *Perspective construite*, éd. Plantyn S.A., Annecy, 176 p., nb. fig., 16 × 24 cm.
- [149] RADELET-DE-GRAVE (P.) - SCHEUBER (V.) - *Correspondance entre Daniel Bernoulli et Jean-Henri Lambert*, Annexe aux actes du colloque J.-H. Lambert 1977, éd. Ophrys, Paris, 1979, 93 p.
- [150] ROSENSTIEHL (Auguste) - « La pyramide chromatique des couleurs », 1 pl. en couleur, *Bulletin de la Société Industrielle de Mulhouse*, FP. 70005/1910, p. 296-307.
- [151] SABBATINI (N.) - *Pratique pour fabriquer scènes et machines de théâtre*, éd. Ides et Calendes, Neuchâtel, juillet 1977, (5), (LV), 176 p., 20 × 27 cm, nb. fig., trad. fr. par M. et R. Canavaggio d'après le texte original de 1638 (1^{er} livre, *Pratica de fabbricar scene et macchinene Teatri*, Pesaro, 1637; 2^e livre, *Ristampata di nuovo Coll'agiunta*, Ravenna, 1638).
- [151-1] SAVERIEN (A.) - *Dictionnaire Universel de Mathématique et Physique*, Paris, 1753.
- [151-2] ID. - *Histoire des progrès de l'esprit humain dans les sciences exactes et dans les arts qui en dépendent*. Paris, 1766, éd. Lacombe et 1776-1778, 3 vol.

- [151-2-1] SCHNEIDER (I.) - "Der Proportionalzirkel. Ein universelles Analogrecheninstrument der Vergangenheit", 96 p., ill., Munich. *Deutsches Museum. Abhandlungen und Berichte*, 38. Jahrg., 1970, Helt 2.
- [151-3] SCRIBA (Ch. J.) - Article sur Lambert paru dans *Dictionary of Scientific Biography*, vol. VII, 1973, p. 595-600.
- [152] SERLIO (S.) - *Il primo libro d'architettura [Il secondo libro di prospettiva]... Le premier livre d'architecture [Le second livre de perspective]...* mis en langue françoise par Jehan Martin..., Paris, 1545.
- [153] SINISGALLI (R.) - *Il contributo di Simon Stevin allo sviluppo scientifico della prospettiva artificiale*, Roma, Erma di Bretschneider, 1978, 354 p., nombreuses pl. et illustrations historiques.
- [154] ID. - *Borromini a quattro dimensioni*, Università Degli Studi di Roma - Facoltà di architettura, 1981, 131 p., 184 dessins ou figures géométriques, 29 × 32 cm.
- [155] ID. - *I sei libri della prospettiva di Guidobaldo dei marchesi del monte dal latino tradotti interpretati e commentati da Rocco Sinisgalli*, Erma di Bretschneider éd., Rome, 1984, 395 p., fac-simile éd. latine de 1600, p. 237-317 et du ms. de Guidobaldo p. 319-335, nb. fig., 24 × 35 cm, 1^{re} éd. voir [55].
- [156] STAUDT (K.G.C. von) - *Geometrie der Lage*, Nuremberg, 1847.
Beiträge zur Geometrie der Lage, Nuremberg, 1856, 1857, 1860, 3 vol. in-8°.
- [157] STECK (M.) - *J.-H. Lambert, Schriften zur Perspektive*, Berlin, Georg Lüttke, 1943, (XIII), 490 p., 21 pl. Cet ouvrage contient l'édition commentée des différents écrits de perspective de Lambert en langue allemande, manuscrits ou imprimés, une bibliographie détaillée de l'ensemble de son œuvre, qui sera rééditée en 1970 (cf. [161]). Voir catalogue des ms. [72].
- [158] ID. - *Dürer, eine Bild-Bibliographie*. München, Kindler, 1957, 24,5 × 19 cm, 147 p., fig., front.
- [159] ID. - *Dürers Gestaltlehre der Mathematik und der bildenden Künste...* Halle, 1948, in-4°, XVI-173 p., 52 pl.
- [160] ID. - « Les œuvres posthumes scientifiques de J.-H. Lambert ». *Actes 8^e Congrès int. Hist., Florence*, Paris, Hermann, 1956.
- [161] ID. - *Bibliographia Lambertiana, ein Führer durch das gedruckte und ungedruckte Schrifttum und den wissenschaftlichen Briefwechsel von J. H. Lambert*. Hildesheim, Verlag Dr H.A. Gerstenberg, 1970, 123 p., 29,5 × 20,5 cm, (cf. [157]).
- [162] STEVIN (S.) - *Mémoires mathématiques...*, Leyde, I. Paedts Jacobsz, 1605-1608, 2 vol. in folio. Ces mémoires sont composées de plusieurs chapitres : *Traité des triangles, de la composition des tables des sinus ; De la pratique de Géométrie, du marquer des grandeurs ; Des perspectives de la scénographie ; Des annotations arithmétiques ; Du livre de compte de Prince à la manière d'Italie ; Journal en livre de compte de marchandise selon la manière d'Italie ; Journal en domaine à la manière d'Italie*.
Trad. fr. par Jean Turing, Leyde, 1608 et par Albert Girard Samielois, Leyde, 1634.
- [163] ID. - Voir [153].
- [164] TATON (R.) - « La géométrie projective en France de Desargues à Poncelet ». *Conf. du Palais de la Découverte*, Univ. de Paris, févr. 1951, 18 p.
- [165] ID. - *L'œuvre mathématique de G. Desargues*, textes publiés et commentés avec une introduction bibliographique et historique, Paris, PUF, 1951, 23 × 14,5 cm, 232 p. (1), 25 f. 2^e éd., Paris, Vrin, 1981.
- [166] ID. - *L'œuvre scientifique de Monge*, Paris, PUF, 1951, 22,5 × 14,5 cm. 441 p.
- [167] ID. - « La première œuvre géométrique de Philippe de la Hire », *Revue d'histoire des sciences*, VI, 1953, p. 93-111.
- [168] ID. - « Histoire de la géométrie descriptive », *Conf. du Palais de la Découverte*, série D, n° 32, 1954, 25 p.
- [169] FLOCON (A.), TATON (R.) - *La Perspective*. Paris, PUF, 1963, Col. Que sais-je? n° 1050. Plusieurs rééd.
- [170] TAYLOR (B.) - *Methodus incrementorum directa et inversa*, auctore Brook Taylor..., Londoni, typis Pearsonianis. 1715, in-4°, (IV) 119 p., fig. B.N. : V 6645 (1).

- [171] ID. - *New principles of linear perspective, or the Art of designing upon a plane the representation of all sorts of objects, as they appear to the eye*, London, R. Knaplock, 1715, 42 p., in-4°; éd. 1719, (XIV), 70 p., in-8°, R. Knaplock, se trouve à la B.N. : V 25 152 (2); éd. 1749, London, avec une interprétation de J. Colson; éd. 1811-1835, London, avec une interprétation de J. Joping.
- [172] ID. - *Nouveaux principes de la perspective linéaire*, Amsterdam et Lyon chez J.-M. Bruyset, 1759, trad. fr. par le Père Rivoire.
- [173] ID. - *Dr Brook Taylor's Method of perspective made easy...* by Joshua Kirby... 3^e ed. — The practice of perspective, being the second book of Dr Taylor's Method of perspective... London, 1768, 2 t., en 1 vol. gr. in-fol., pl. B.N. : V 104.
- [174] ID. - *The perspective of architecture, in two parts, a work entirely new, deduced from the principles of Dr Brook Taylor...* by Joshua Kirby, London, the author, 1761, 2 vol. gr. in-fol., 1 pl. B.N. : V 102-102.
- [175] ID. - « *Nouveaux principes de la perspective linéaire : ou l'art de dessiner sur un plan les représentations de toutes sortes d'objets, par une méthode plus générale et plus simple que celles que l'on a employées jusqu'à présent, par M. Taylor Brook de la Société Royale de Londres, Revû et corrigé par Jean Colson, maître es arts de la Société Royale de Londres et professeur de Mathématiques dans l'université de Cambridge* », tr. fr. manuscrite, 1749, 32 × 21 cm, 112 p., 13 pl., 25 fig. Bibliothèque École Nationale des Ponts et Chaussées, Ms 3105.
- [175-0] TILLING (C.) - Voir GRAY (J.-J.) [54-1].
- [175-0-0] TODESCO (F) - Thèse Université de Bologne. 1985. "La Dottrina dei concetti semplici in J.-H. Lambert (1728-1777)", (XII), 419 p. dactylogr. Nb. réf. bibliographiques nouvelles.
- [175-1] TROILI (G.) ou TROGLI - *Paradossi per praticare la prospettiva senza saperla ; fiori per facilitare l'intelligenza ; frutti per non operare alla cieca ; Cognizioni necessarie à Pittori, Scultori, Architetti, ed a qualunque si diletta di disegno.* Bologna, 1672, (V), 184 p., 29 × 20.8 cm; Bologna 1683, G. Longhi; Bologna 1863.
- [176] VAGNETI (L.) - *De naturali et artificiali perspectiva*, ed. della cattedra di composizione architettonica istituto architettura di Firenze e della libreria editrice fiorentina, 1979, 517 p., 157 f. Cet ouvrage, en outre qu'il contient une étude de la perspective d'Euclide à Gaspard Monge est précieux pour sa bibliographie raisonnée.
- [177] VASARI (G.) - *Vie des grands artistes*, traduit de l'italien par Léopold Leclanché, revu par Charles Weiss. Introduction, présentation et notes de Jean Bouret, Paris, Club français du livre, 1954, 21,5 × 14 cm. (CLX) 538 p., pl. h.t., front. Bibliothèque Art et Archéologie — 8° M 208³¹. Ce livre est la traduction de *Vite de piu eccellenti pittori scultori e architetti* scritte da Giorgio Vasari (1512-1574) publié en 1550.
- [178] VASARI (G.) - *La vie des peintres italiens...* traduction nouvelle et notes par T. de Wyzeria. Paris, éd. F. Gittler. 1907. 15,5 × 10 cm, 49 p., 16 pl. h.t. Bibliothèque Art et Archéologie — Cote 12 d 358.
- [179] VAULEZARD (J. L.) - *Perspective cilindrique et conique ou traité des apparences veuës par le moyen des miroirs Cilindriques et Coniques, soient convexes ou concaves. Ensemble la construction et position des figures objectées au mesmes miroirs, afin que leur apparence soient conformes à la volonté*, Paris, éd. J. Jacquin, 1630, 16 × 10 cm, (6), 70 p., fig. pl. 2^e éd. 1643. B.N. : V 20536.
- [180] ID. - *Abrégé ou raccourcy de la Perspective par l'imitation dans lequel est traité du moyen de changer une perspective en une autre semblable... poutraire et peindre toutes les choses, par l'imitation des naturelles...* Paris, chez l'auteur, 1631, 17,5 × 10,5 cm, 84 p. (4), XVIII pl. h.t. gr. Rel. Parchemin. Bibliothèque d'Art et d'Archéologie, Paris, 8° L 85.
- [181] ID. - *Pratique nouvelle et universelle de la perspective sur les seules parties égales du compas de proportion, sans y ajouter aucune ligne optique*, Paris, éd. H. Guenon, 1640, 17,5 × 10 cm, (5), 10 p.
- [182] ID. - *Abrégé ou raccourcy de la Perspective par l'Imitation. Dans lequel est traité... une mesme distance de l'œil. Le tout par l'ayde d'un compas de perspective, fait pour cet effet, avec l'usage d'iceluy pour faire des perspectives de quelques objets proposés que ce soit...* Œuvre utile et nécessaire à tous Peintres, Architectes, Graveurs et autres qui se servent du dessein, Paris, éd. J. Jacquin, 1633, 17,5 × 10 cm, (4), 84 p., figures rapportées et collées sauf une, suivie d'un *Abrégé ou raccourcy de la Perspective touchant la construction du compas* de 8 p.
L'ouvrage conservé à la B.N. sous le même titre [180] est daté, d'après un ancien catalogue, de 1631. B.N. : V 20537.

- [182-1] - D'un nommé VOLESAR, il existe à la bibliothèque Sainte-Geneviève à Paris un *Traité des lieux par la résolution des problèmes de géométriques*, ms. 2289, fol. 2.29. Il s'agit de Vaulezard.
- [183] VIGNOLA (G. Barozzi da...) - *Le due regole della prospettiva pratica di M.J.B. da V., con i commentari del R.P.M. Egnatio Danti dell'ordine dei Predicatori, Matematico dello Studio di Bologna*. Rédigées vers 1530-1540 ces règles furent publiées à Rome avec des commentaires de Danti (Egnatio) en 1583. Rééd. Bologne, 1974. Bibl. Arts et Archéologie, 4L. 791.
- [184] VILLELONGUE - École du corps royal du Génie de Mézières, lettre du 10 octobre 1784 pour amener Monge à opter entre son poste de professeur à l'École du Génie de Mézières et celui d'examineur de la marine, 31,4 × 20,5 cm. Archives du Génie, Château de Vincennes, Article 18, section 1. § 1, carton 2, pièce 5, année 1784-1802.
- [185] VITRUVÉ POLLIO (M.) - *Les dix livres d'architecture*, traduction intégrale de Claude Perrault de 1673, préface d'André Dalmas, éd. Balland, 1979, 350 p., 23,5 × 16 cm, nombreuses figures.
- [186] WOLTERS (G.) - *Basis und Deduktion. Studien zur Entstehung und Bedeutung der Theorie der axiomatischen Methode bei J.-H. LAMBERT (1728-1777)*, éd. Walter de Gruyter, Berlin, New York, 1980.