

LES DERNIÈRES PERFIDIES DE D'ALEMBERT

Pierre CRÉPEL¹

RÉSUMÉ – *Cet article conteste frontalement l'idée que D'Alembert aurait cessé de faire des mathématiques intéressantes dans la dernière partie de sa vie. Nous montrons que son tome IX des Opuscules mathématiques, rédigé entre 1781 et sa mort en 1783 et inédit, fourmille encore d'idées nouvelles, y compris sur les probabilités. Le genre « doutes et objections », qu'il affectionne tout particulièrement à partir des années soixante, met le doigt sur des problèmes nouveaux et délicats que son siècle ne pouvait résoudre de façon entièrement satisfaisante, comme l'histoire ultérieure l'a montré. Cet article en profite pour donner un inventaire et une description de ce tome des Opuscules que la mort a empêché son auteur de publier.*

MOTS-CLÉS – D'Alembert, Mathématiques, Opuscules, Probabilités

SUMMARY – Last perfidies of D'Alembert

The purpose of this paper is a frontal dispute against the idea that D'Alembert would have ceased to produce interesting mathematics in the last part of his life. In fact, he had been writing the never published volume IX of his Opuscules mathématiques since 1781 until his death 1783 and we show that new ideas, including probabilities, are still abundant in that work. The style « doutes et objections », of which he was fond since the Sixties, points out new and delicate problems none of which his century could have solved in a satisfactory way, as the later history will show. We seize this opportunity to give an inventory and a description of this volume that death prevented its author from publishing.

KEY-WORDS – D'Alembert, Mathematics, Opuscules, Probabilities

ESSAI DE PRÉSENTATION DU TOME IX (INÉDIT) DES OPUSCULES MATHÉMATIQUES

L'affaire est entendue. En 1780, D'Alembert (1717-1783) est vieux, malade, incapable de faire des mathématiques tant soit peu intéressantes ; du reste, ça ne l'intéresse plus guère, puisqu'il a essentiellement consacré la seconde partie de sa vie à la littérature.

Dans l'un des meilleurs ouvrages sur D'Alembert, le sérieux et perspicace Thomas L. Hankins explicite ce jugement universellement admis aux XIX^e et XX^e siècles, à propos des huit volumes imprimés d'*Opuscules mathématiques* (1761-1780) :

The first three volumes are more valuable than the later ones (...). The last five volumes of Opuscules contain a jumble of notes, comments on earlier work and criticism of other mathematicians, but no new solid research – nothing well organized or complete. D'Alembert's manuscripts reveal that he had the habit of jotting down ideas or comments as he read or worked and in

¹ Institut Camille Jordan, Université Lyon 1, crepel@math.univ-lyon1.fr

his later years he would put together a pile of these papers without revising them or even organizing them into articles, so that his Opuscules contain many short 'notes', 'supplements', 'reflections', and 'extracts' which can scarcely be followed (p. 139).

D'Alembert est d'ailleurs co-responsable de ce jugement, puisque, dans sa correspondance avec Lagrange, il ne cesse de se plaindre de son déclin dès les années soixante. Ainsi, dans sa lettre du 22 décembre 1780, qualifie-t-il ses deux derniers volumes de « haillons de ma vieillesse et de ma décrépitude géométrique ». Cette lettre, publiée dans le t. XIII des *Œuvres* de Lagrange (p. 358-360), n'est qu'une longue suite de jérémiades sur sa santé physique, morale et intellectuelle. D'ailleurs, l'avertissement du tome VII des *Opuscules* (1780) disait publiquement à peu près la même chose.

Donc l'affaire est entendue. Mais, comme dit D'Alembert, il faut aussi savoir attendre et douter, ce que nous allons faire.

1. LES OPUSCULES MATHÉMATIQUES

Rappelons qu'au cours de la décennie cinquante, D'Alembert s'est fâché avec Euler, homme fort de l'Académie de Berlin, puis avec les responsables de l'Académie des sciences de Paris. En outre, il est investi à fond (du moins jusqu'en 1758) dans sa participation à l'*Encyclopédie*. Il ne publie presque plus de mémoires dans les recueils académiques et adopte, à partir de 1761 la forme des « Opuscules mathématiques »², dont les premiers volumes sont *relativement* bien rédigés, et les suivants tout à fait négligés, comme le dit justement Hankins. Les deux derniers volumes imprimés (VII et VIII – 1780) sont le fruit de rédactions des années soixante-dix. Alors, comme D'Alembert l'explique au fur et à mesure à Lagrange, dans diverses lettres, la « pile » de mémoires rédigés se révèle trop grosse fin 1779 pour constituer un seul volume imprimé et l'auteur décide d'en faire deux. Au moment de publier, il ajoute divers appendices encore plus désordonnés que d'habitude, présente le tout à l'Académie des sciences le 21 juin 1780 pour obtenir le « privilège » ; les commissaires (trois proches de l'auteur : Bossut, Condorcet et Lemonnier) rendent un rapport favorable dès le 5 juillet ; l'ouvrage sort en librairie à l'automne et D'Alembert l'envoie à Lagrange en décembre. L'auteur jure que c'est son dernier ouvrage scientifique.

2. LE TOME IX INÉDIT DES *OPUSCULES*

Mais on sait que ce n'est pas tout à fait vrai. Le 11 mai 1781, dans une lettre à Lagrange, l'encyclopédiste annonce une suite :

Je m'amuse à repasser toutes les sottises mathématiques que j'ai écrites depuis quarante ans, et je jette sur le papier quelques remarques que cette lecture me suggère ; mais ces remarques ne paraîtront tout au plus qu'après ma mort, si même ceux à qui je les laisserai les jugent dignes de paraître, ce qui est au moins fort douteux (p. 367).

Ces remarques ne seront pas publiées et constituent le tome IX inédit des *Opuscules* ; voici ce qu'en dit Hankins :

² Cf. l'introduction générale du volume III/1 de l'édition des *Œuvres Complètes*.

When d'Alembert died, he left behind all his old papers including many polemical attacks which had already been published in journals, extracts from articles for the Encyclopédie, and mathematical computations that led to nothing – all collected and annotated for a ninth volume which his literary executor Condorcet, wisely decided not to publish (p. 140).

Or cet ensemble manuscrit est, comme on sait, disponible et conservé à la Bibliothèque de l'Institut sous les cotes MS 1790-1793 ; il comporte 1675 feuillets, dans un état matériel satisfaisant. Il s'agit de petites feuilles en général écrites de façon soignée peu dense, au recto seul, sur la moitié droite de la page, la moitié gauche étant consacrée aux ajouts et corrections, ce qui fait environ en moyenne 400 signes par page.

Dès le tome I de ses *Opuscules*, l'auteur a numéroté ses mémoires en continu ; à la fin du tome VIII il en était au 58^e Mémoire, intitulé « Recherches sur différens Sujets », lequel comportait en fait douze paragraphes indépendants. Le tome IX, tout entier, s'appelle alors 59^e Mémoire et est constitué sur le même mode, en quarante paragraphes indépendants (que nous nommerons ici « sous-mémoires »), numérotés en romain et eux-mêmes divisés en articles (c'est-à-dire en paragraphes) numérotés en chiffres arabes : il forme en fait une espèce de gros appendice des tomes VII et VIII.

L'état de finition est assez bon : jusqu'au § XXVIII, les textes portent d'ailleurs, sauf exceptions, la mention « revu deux fois », il est probable que D'Alembert est mort avant d'avoir pu réviser les derniers ; les figures sont en général juxtaposées aux mémoires. Sauf pour les § V, VIII, XIII, XIV, XIX et XXVI, les feuillets sont dans l'ordre, à l'exception de quelques figures ; dans tous les cas, il est facile de rétablir l'ordre exact. Il s'agit donc d'un ensemble relativement prêt pour l'édition, dont voici le tout début (MS 1790, f 1) :

Avertissement. Ce IX^e volume n'est à proprement parler, qu'un supplément aux VIII volumes précédens. Il contient différentes remarques destinées à éclaircir certains endroits de ces différens volumes. Comme l'auteur a écrit ces remarques à mesure quelles se presentoient à son esprit, il doit avouer (et il demande sur cela l'indulgence des lecteurs) qu'elles ne sont pas disposées dans l'ordre le plus convenable ; inconvenient d'ailleurs assez peu important dans un recueil de recherches détachées tel que celui-ci.

On comprend effectivement que les générations suivantes n'aient guère eu envie d'en approfondir la lecture... J. Dhombres et P. Radelet ont étudié les deux premiers paragraphes liés aux principes de la mécanique. Nous ne connaissons pas d'autres études publiées, même si divers historiens des sciences ont pris connaissance de tel ou tel aspect³.

3. DIVERSITÉ DES « SOUS-MÉMOIRES »

Donnons, pour commencer, un premier aperçu des quarante paragraphes qui constituent ce « 59^e Mémoire ». On note tout d'abord la diversité de leurs tailles et de leurs thèmes.

³ Dickson évoque le § XXI sur les bases de numération. Hankins (p. 212-213) mentionne juste un passage du § XIV sur l'élasticité. Sur le § XIV, cf. aussi la Thèse non publiée de Djamaa Ismael Youssouf.

Onze sous-mémoires comportent seulement entre quatre et six pages ; à l'opposé, les plus gros (§ XIII et XIV) couvrent environ 250 pages chacun, et six autres mémoires font plus de cinquante pages.

Tous les grands domaines, habituels à l'auteur dans les autres volumes, sont ici présents : mathématiques pures (élémentaires ou analyse), mécanique, fluides, astronomie, attraction et figure de la Terre, acoustique, optique, probabilités, et ceci « comme les idées lui viennent », c'est-à-dire sans réorganisation thématique. Si l'on compare au reste de l'œuvre, les domaines les moins développés ici sont l'astronomie, l'optique et la figure de la Terre (chacun entre 60 et 80 pages), alors que chacun des autres comporte plutôt 200 ou 300 pages. Bien entendu, ces classements et estimations restent en partie arbitraires et largement indicatifs.

4. UN CLASSEMENT PAR « GENRE »

L'ordre de numérotation des sous-mémoires, par D'Alembert, suit essentiellement la chronologie de ses rédactions et non une logique thématique ; nous examinerons cette chronologie aux paragraphes 6 et 10, mais par commodité nous nous livrerons aussi à une étude par thèmes (§§ 7 et 8) ; avant cela, nous allons proposer également un classement un peu arbitraire par « genre », du plus court et contingent au plus développé et approfondi. Nous essaierons plus loin de comprendre un peu mieux les motivations de l'auteur et de voir dans quelle mesure elles suivent ce qu'il écrivait à Lagrange dans sa lettre du 11 mai 1781. Pour cela, il nous a semblé utile de distinguer les six catégories suivantes⁴ :

- les revendications de priorité : § XIX (astronomie physique) et § XL (2) (fluides) ;
- les notes « contingentes » : § XVI (son), § XXVIII (académie), § XXXVI (éclipses) ;
- les remarques ponctuelles, en général à propos de ses écrits antérieurs : § I-II (principes de mécanique), § IX, XVIII et XL (1) (Lune et étoiles), § XVII, XX, XXII, XXIII (calcul intégral), § XXI (bases de numération), § XXX (courbe élastique), § XXXII (lunettes achromatiques) ;
- les autres sous-mémoires de taille moyenne : § III et XV (attraction et figure de la Terre), § IV-V (optique), § VIII (statique), § X et XXXVII (fluides), § XXV (différentielles exactes), § XXVII (plus court temps), § XXIX (logarithmes et exponentielles), § XXXI et XXXV (probabilités et inoculation), § XXXIII-XXXIV (coniques), § XXXIX (comètes) ;
- les huit « gros sous-mémoires » : § VI-VII (son et cordes vibrantes), § XI-XII (fonctions elliptiques), § XIII (mathématiques élémentaires), § XIV (ressorts), § XXIV (annuités), § XXVI (fluides) ;
- des documents annexes, essentiellement des extraits de journaux relatifs à des polémiques, comportant ici des annotations autographes, et destinés à être ajoutés en fin de volume.

⁴ Il n'y a pas de § XXXVIII, mais deux § XL, que nous avons repérés par (1) et (2) ; il s'agit peut-être d'une inadvertance, ou bien l'auteur a-t-il rédigé un § XXXIX qu'il a détruit ?

5. PREMIER APERÇU SUR L'ÉDITION EN COURS DE CE TOME IX

Avant de passer à l'examen des contenus, il nous faut dire un mot de l'édition en cours des *Oeuvres Complètes*. Pratiquement aucun des ouvrages et mémoires scientifiques de D'Alembert n'a été réédité depuis les publications originales du XVIII^e siècle ; en outre ces écrits, difficiles à comprendre pour un lecteur moderne, contiennent beaucoup de trésors cachés, qu'il convient d'expliquer. C'est ce qui a conduit, il y a une quinzaine d'années, un groupe de chercheurs à se lancer dans l'entreprise des *Oeuvres Complètes*, dont deux volumes ont paru, et plusieurs autres sont en phase avancée de préparation : celles-ci comprendront cinq séries, selon un classement chronologico-thématique.

La Série I contient les travaux mathématiques avant l'*Encyclopédie* (c'est-à-dire les plus connus, ceux usuellement considérés comme majeurs), la Série II les articles de l'*Encyclopédie*, la Série III « *Opuscules* et mémoires mathématiques, 1757-1783 » les recherches scientifiques tardives, la Série IV les écrits littéraires, historiques et philosophiques, la Série V la correspondance.

Plus précisément, la Série III « *Opuscules* et mémoires mathématiques, 1757-1783 », qui nous concerne ici, sera composée de la manière suivante :

III/1 à 9 : Opuscules mathématiques

III/10 : Mémoires académiques (Paris, Berlin, Turin)

III/11 : D'Alembert et les académies scientifiques, en particulier rapports et réformes

III/12 : Autres écrits scientifiques (journaux, manuscrits éparpillés)

III/13 : Bilan, mode d'emploi, instruments de travail

L'édition critique et commentée du t. IX (vol. 9 de la série III) suivra bien entendu, pour l'essentiel, le cahier des charges des autres volumes, ce qui inclura une « Introduction générale », avec une discussion sur l'établissement et la datation des textes, des présentations par sous-mémoires, des tables analytiques article par article permettant une vue synthétique de chaque écrit, des documents annexes, une bibliographie des textes cités explicitement ou allusivement par l'auteur, des organigrammes permettant de circuler entre ces écrits du tome inédit et les autres mémoires de D'Alembert sur les mêmes sujets, des index⁵.

Le caractère haché, peu organisé, voire franchement désinvolte, de la rédaction des *Opuscules*, et spécialement des derniers volumes, le fait que les mémoires ou sous-mémoires ne sont que des commentaires sur d'anciens écrits ou des réponses à des détracteurs, sans toujours rappeler les objets du débat, rendent la lecture souvent délicate. Le désordre des écrits de l'auteur dans un même domaine, l'enchevêtrement de ses interventions mathématiques, par exemple dans le calcul intégral, avec les questions physico-mathématiques, le caractère négligé de sa rédaction, obligent en outre à confectionner un volume entier de « Bilan, mode d'emploi, instruments de travail » (vol. III/13), destiné, sans trahir l'auteur, à donner une certaine harmonisation où il n'y en a pas d'apparente (c'est délicat et difficile) et surtout des repères, des moyens de suivre les cheminements non linéaires de l'encyclopédiste. Ainsi, les tables analytiques, des tableaux par grands domaines, des schémas de circulation entre les mémoires, un glossaire des termes peu connus ou trompeurs, des listes de mots-clés, en partie

⁵ Il est clair qu'une édition papier, tout en jouissant de qualités encore irremplaçables, a certaines limites ; nous y joindrons une édition électronique qui fournira de nouvelles possibilités et apparaît nécessaire pour cheminer à travers les broussailles des mémoires, notes, remarques, ajouts, compléments, appendices, fautes à corriger.

seulement présents dans les divers volumes de la série, seront-ils reproduits, étendus, classés différemment dans ce volume III/13. On y ajoutera des études transversales ou par branches et des ponts avec les autres séries des O.C., en particulier, avec la série I où se trouvent les grands traités et les grands mémoires scientifiques.

6. LA DATATION DE CES ÉCRITS

Que peut-on savoir des dates de rédaction de ces paragraphes et quelles sources peut-on utiliser pour cela ? Tant ce que dit D'Alembert lui-même dans l'Avertissement ou dans sa correspondance que l'examen des manuscrits montrent que ces sous-mémoires sont rédigés avec une très forte probabilité dans l'ordre de leur numérotation, ce qui facilite grandement notre tâche. Bien entendu, rien n'empêche l'existence de petites entorses à cet ordre, d'autant plus que certains textes peuvent avoir été en chantier simultanément (nous en verrons un cas avec les § XXIV, sur les annuités, et XXIX, sur les logarithmes).

Les indices de datation peuvent être explicites dans les textes eux-mêmes (ex. § XL (1) et (2)) et dans les instruments de travail qu'on peut en dégager facilement (par ex. les bibliographies), mais nous disposons aussi de la correspondance de Lagrange, des lettres de Keralio à Frisi, des archives de l'Académie des sciences, etc. Nous allons voir qu'une petite enquête (encore inachevée) nous permet déjà d'avoir une idée assez précise de ces dates.

6.1 LES DEUX PREMIERS PARAGRAPHES

Examinons donc le § I « Sur une démonstration du parallélogramme des forces, donnée dans le Tome VI de nos opuscules, p. 361 et suiv. ». Le sous-mémoire commence ainsi :

« 1. Un savant Geometre italien, dans une lettre qu'il m'a fait l'honneur de m'écrire, m'a objecté (...) ».

Ce sous-mémoire est reproduit et étudié de façon intéressante, ainsi que d'autres écrits de D'Alembert sur le même sujet, par J. Dhombres et P. Radelet, mais ceux-ci n'ont pu déterminer qui était ce « savant Geometre italien ». L'inventaire de la correspondance, effectué dans le cadre de l'édition des *Œuvres Complètes* nous a permis l'identification, sans aucun doute possible : il s'agit de l'astronome Giuseppe Calandrelli (1749-1827). Le point de départ est en effet sa lettre du 21 février 1781, conservée à la Bibliothèque de l'Institut (MS 2466, ff 25-28). Toute sa lettre est une série de commentaires sur le tome VI des *Opuscules* (1773), ce qui prouve, soit dit en passant, que, même fort mal rédigés, les *Opuscules mathématiques* de D'Alembert pouvaient avoir des lecteurs attentifs et peu connus. Dans le passage cité, Calandrelli discute en effet ce que nous appellerions des questions de rigueur sur les équations fonctionnelles utilisées par D'Alembert dans le Mémoire 51 § I, du tome VI de ses *Opuscules*, relatif au parallélogramme des forces.

Il est donc clair que la rédaction du tome IX des *Opuscules* commence entre la réception de la lettre de Calandrelli et la lettre du 11 mai à Lagrange, donc en mars-avril 1781.

6.2. LES DEUX DERNIERS PARAGRAPHES

Comme nous le verrons plus loin au paragraphe X, d'autres sous-mémoires sont rédigés explicitement à l'occasion de certains événements ou de certaines lectures. Notons surtout les deux derniers portant tous deux le numéro « quarante » : le § XL (1) part d'une lettre de Herschell publiée dans le *Journal des Savans* de juillet 1783 et le § XL (2) commente un mémoire de Lagrange sur les fluides, publié dans l'*Histoire de l'Académie de Berlin* pour 1781 et parvenu à D'Alembert en 1783, à un moment qu'il serait intéressant de préciser⁶. Quoiqu'il en soit, D'Alembert écrit donc encore sur les mathématiques quelques mois avant sa mort (qui a lieu le 29 octobre) et la rédaction de ce tome IX s'étale donc sur un peu moins de deux ans et demi.

Nous donnerons dans l'édition du volume III/9 des *Œuvres* des discussions plus serrées sur toutes ces datations.

7. LES CONTENUS DE CES QUARANTE « SOUS-MÉMOIRES »

Tentons maintenant de juger de l'appréciation-dépréciation, reproduite plus haut, selon laquelle ce tome IX ne serait composé que de vieux papiers polémiques déjà plus ou moins publiés, d'extraits d'articles de l'*Encyclopédie*, et de calculs mathématiques ne menant à rien, que Condorcet a sagement décidé de ne pas publier.

Nous allons, par commodité, les regrouper par grands thèmes et nous insisterons un peu sur les passages les plus piquants et les plus novateurs (sous réserve d'examen plus approfondi). De façon un peu arbitraire, nous les évoquerons dans l'ordre suivant : astronomie, optique, figure de la Terre, fluides, mécanique et mathématiques pures ; nous traiterons des probabilités dans le paragraphe 8 suivant.

7.1. ASTRONOMIE

Le § XIX, intitulé de façon vague « Sur quelques objets d'astronomie physique » (MS 1792, ff 300-306, 340-363) est en fait un document de caractère exceptionnel et même miraculeux pour un historien des sciences : c'est tout simplement l'affirmation de 26 « priorités » revendiquées par D'Alembert sur la figure de la Terre, la mécanique céleste et les lentilles achromatiques et omises par Bailly dans son *Histoire de l'astronomie moderne*. En quelques pages, l'auteur indique donc ce qu'il estime avoir apporté d'essentiel au sujet, ou dans son œuvre ; ceci est d'autant plus précieux que les mémoires en question, essentiellement issus des *Recherches sur le système du monde* et des *Opuscules*, étaient très éparpillés, pas toujours très bien rédigés et les idées pas forcément bien dégagées. Nous évoquerons le moment venu, un peu plus bas, les revendications relatives à la figure de la Terre et aux lentilles achromatiques. Celles concernant la mécanique céleste se décomposent en quatre rubriques : la théorie de la Lune (ff 340-352), la théorie de Jupiter et de Saturne (f 353), les comètes (ff 354-359) et la précession des équinoxes (ff 360-361), comportant respectivement six, un, cinq et deux points. Chacune de ces 26 revendications est très précisément référencée, les pages exactes étant données. Nous renvoyons au document lui-même et aux annotations

⁶ Lagrange envoyait quelquefois à D'Alembert des tirés-à-part de ses mémoires qu'il était allé chercher à l'imprimerie avant la publication du volume entier ; inversement quand le volume sortait officiellement en librairie à Berlin, il pouvait mettre un certain temps avant d'arriver à Paris et encore plus à D'Alembert : il convient donc de rester prudent sur les dates à quelques mois près.

d'éditeur qui l'accompagneront dans le volume III/9 des O.C., toutefois l'on peut déjà remarquer que l'auteur y souligne non seulement ses méthodes et ses hypothèses (on dirait aujourd'hui ses modèles), telle la dissimilitude des méridiens, mais aussi ses résultats numériques, par exemple concernant le rapport de la masse de la Lune à celle de la Terre, contestant ainsi implicitement les accusations de Lalande qui font de D'Alembert un savant oublieux du concret et des chiffres.

Le MS 1792, ff 365-403, se compose de copies (avec annotations autographes) de diverses interventions scientifiques de D'Alembert dans les journaux, liées essentiellement à l'astronomie en général de façon polémique, notamment vis-à-vis de Clairaut⁷. Or, une petite feuille f 364 indique ceci : « Il seroit bon de joindre à la fin du volume sous le titre d'appendice les pieces suivantes surtout les deux dernieres ». Nous ne sommes pas sûr de l'identité de l'auteur de ces lignes, ce pourrait être D'Alembert lui-même, écrivant un peu plus gros et un peu plus distinctement pour s'adresser à l'éditeur, mais ce n'est pas certain⁸.

Comme nous l'avons dit plus haut, D'Alembert a peu abordé l'astronomie dans ce tome IX des *Opuscules*. Il y a trois courtes notes et un vrai petit mémoire. Ce sont d'abord le § IX, « Sur les phases de la lune » (MS 1790, ff 214-218) visant à obtenir des renseignements sur la forme de la Lune par l'observation des phases, le § XVIII, « Sur une nouvelle équation du lieu de la lune » (MS 1792, ff 272-275) qui est une revendication et un règlement de comptes avec Clairaut et Mayer sur les tables de la Lune, le § XXXVI « Réponse de M. Duséjour, de l'Académie des sciences à une question proposée par l'auteur de ces Opuscules, relativement à la durée des éclipses de soleil » (MS 1793, ff 486-490), qui est entièrement décrit par son titre (!). Le seul écrit de quelque taille, le § XXXIX, « Nouvelles vues sur la théorie des comètes » (MS 1793, ff 514-542) nous montre malheureusement l'auteur près de sa fin, c'est une série de remarques plus ou moins désordonnées, visiblement non finies, essentiellement à propos du Mémoire 12 du t. II des *Opuscules*. Nous renvoyons pour cela à la présentation du vol. III/2.

7.2. OPTIQUE

Ce domaine est évoqué dans trois paragraphes, voire dans un quatrième qui touche divers thèmes.

Dans le § IV, « Sur l'aberration de la lumiere » (MS 1790, ff 58-94), l'auteur aborde en fait trois sujets différents : 1) l'aberration de la lumière traversant divers milieux (art. 1-19), c'est, disons, un mélange de réflexions de caractère physique ou anatomique et sur la vision, complétant le complément (!) du Mémoire 58 § V du tome VIII ; 2) un règlement de comptes avec Bailly (art. 20-25) à propos de l'article « émission » de l'*Encyclopédie*, où D'Alembert envisageait deux modes de transmission de la lumière ; 3) une démonstration de l'uniformité de la vitesse de la lumière (art. 26 et suivants).

Dans le § V, « Sur une question d'optique » (MS 1790, ff 161-187 et 267-270), l'auteur prolonge essentiellement des réflexions de son Mémoire 9 du tome I des *Opuscules* sur le parallélisme des allées d'arbres (art. 1-5), sur la grandeur apparente des objets (art. 6-13) et sur l'aberration de réfrangibilité (art. 14-18), ce qui prolonge aussi

⁷ C'est certainement à ces textes que faisait allusion Hankins dans la citation plus haut.

⁸ En tout cas, il ne s'agit ni de Condorcet, ni de Lacroix et probablement pas non plus de Keralio.

une discussion publique qu'il a eue avec Dutour de Salvert dans le Mémoire 58 § XI du tome VIII⁹.

Dans le § XXXII, « Sur les lunettes achromatiques » (MS 1793, ff 388-401), il fait quelques remarques complémentaires aux mille pages qu'il a déjà écrites à propos des lunettes achromatiques, il semble espérer que les matières trouvées par l'abbé Rochon permettront une construction effective.

Le petit morceau du § XIX consacré aux lentilles achromatiques (MS 1792, ff 362-363) nous indique en deux petites pages ce que D'Alembert estime être essentiel dans l'immensité de ses travaux sur le sujet, à savoir le cas de trois lentilles et celui d'un objectif et d'un oculaire.

Enfin, le § XXVII, « Sur le problème du plus court tems dans differens milieux » (MS 1793, ff 304-338) compare la condition du plus court temps avec le principe de minimité d'action : ce sont des remarques diverses souvent liées à l'optique.

Ces sous-mémoires relatifs à l'optique ne contiennent donc guère de théorie nouvelle, mais constituent des observations variées dont l'intérêt doit surtout être mis en rapport avec les autres mémoires des *Opuscules* où la question était traitée plus systématiquement.

7.3. FIGURE DE LA TERRE

Les sous-mémoires sur l'attraction et la figure de la Terre sont également limités en nombre et en longueur.

Nous venons de signaler que le début du § XIX (MS 1792, ff 301-306) donne une liste de neuf apports que l'auteur met en avant sur les théories de l'attraction et de la figure de la Terre. Ce passage a été étudié par S. Nesme, auquel nous renvoyons.

Les deux autres mémoires ont la forme habituelle. Le § III, « Sur l'attraction de la sphere » (MS 1790, ff 28-57) examine l'attraction d'un point (selon sa position) par une sphère, surfacique ou volumique, hétérogène, selon plusieurs hypothèses d'hétérogénéité et selon la loi d'attraction ; il se termine par des remarques plus générales concernant cette loi. Ce sont des compléments à divers autres mémoires antérieurs.

Le § XV, « Sur la Figure de la Terre » (MS 1792, ff 460-485 et 51) traite en fait deux sujets distincts : la rotation de la Terre peut-elle mettre le pôle, l'équateur, à sec ? (art. 1-13) ; conséquences de la dissimilitude des méridiens sur la position de certains plans et lignes, dont l'astronomie fait usage (art. 14-23). Disons que ce sont des applications ciblées de ses travaux antérieurs débouchant sur des résultats explicites.

7.4. FLUIDES

Nous passons maintenant à des domaines où le tome IX nous fournit des textes plus abondants. Ils exigent un petit rappel, avant d'être présentés.

⁹ Ainsi que divers passages antérieurs du t. III : Mémoire 16, chapitre I (§ VII), chapitre III (§ I et II), Mémoire 18, chapitre VI (§ I et XV).

L'œuvre de D'Alembert sur le mouvement des fluides comporte chronologiquement trois phases assez distinctes :

- 1) La première, centrée sur le *Traité des fluides* de 1744, vise essentiellement à montrer qu'on peut (au moins sous l'hypothèse simplificatrice du parallélisme des tranches, introduite par Daniel Bernoulli) résoudre la plupart des problèmes en appliquant le « principe de dynamique » ou principe de D'Alembert, lequel ramène la dynamique à la statique par sa théorie mouvement détruit.
- 2) La seconde, issue de l'*Essai sur la résistance des fluides* de 1749-1752 et prolongée dans les tomes I et V des *Opuscules* (1761 et 1768) introduit les équations analytiques aux dérivées partielles pour l'étude du mouvement des fluides, sous une forme certes moins finie que celle d'Euler, lequel s'est inspiré de D'Alembert ; cependant, une fois les équations établies, on ne sait pas trop quoi en faire et chacun constate la crise de l'hydrodynamique face aux difficultés de calcul et à l'écart entre la théorie et les expériences.
- 3) Enfin, la dernière phase, esquissée dans le tome VI des *Opuscules* (1773), mais surtout développée dans le tome VIII (1780), en réponse aux réflexions de Borda, constitue de fait un nouveau traité d'environ 200 pages de D'Alembert (baptisé « 57^e Mémoire »)... que presque personne n'a lu. L'auteur est pourtant très fier de cette nouvelle manière d'aborder les fluides et sollicite l'avis de Lagrange à de nombreuses reprises à la fin des années soixante-dix et au début des années quatre-vingts. Dès l'annonce de sa nouvelle théorie, il insistait déjà en 1773 (Tome VI, Appendice, p. 440) sur la nouveauté de son point de vue :

Cette manière de considérer les particules du fluide comme se mouvant, non-seulement dans des tuyaux différens & très petits, (ainsi que je l'ai supposé le premier, Tome I Opusc. p. 157) mais ce qui n'est pas moins essentiel, & ce que personne n'a fait encore, dans des tuyaux infiniment petits qui changent d'un instant à l'autre [...].

Pour l'examen des écrits du tome IX, sur les fluides, nous commencerons par le dernier paragraphe, à savoir le XL (2) (MS 1793 ff 553-556) qui, comme le § XIX plusieurs fois cité, est une liste de revendications de priorité. La seule différence de forme est que, cette fois, ce petit écrit est consécutif au mémoire d'un ami (Lagrange) et non à un écrit d'un mal-aimé (Bailly). Là encore, l'auteur nous donne dans un condensé remarquable ce qu'il estime être l'essentiel de son œuvre, malheureusement ce petit texte semble inachevé¹⁰.

Les trois autres sous-mémoires sur les fluides du tome inédit des *Opuscules* sont en fait des compléments à son 57^e Mémoire (le « nouveau traité ») et en particulier à ses dernières parties ; tous trois sont liés de près au « paradoxe de D'Alembert » que l'auteur avait énoncé bien avant, en particulier très explicitement au tome V de ses *Opuscules* (Mémoire 34 § I) en 1768.

Le § X, « Sur l'action des rames » (MS 1790, ff 219-266) ne constitue pas, contrairement aux apparences du titre, une simple application de la théorie des fluides à un problème concret. L'auteur a déjà donné « les vrais principes et la véritable analyse » de l'action des rames dans le Mémoire 4 du tome I des *Opuscules* : « l'action de l'eau sur les rames n'est pas la force principale qui fait mouvoir le vaisseau ». Ici, il approfondit le lien avec son paradoxe et poursuit la critique d'Euler, il replace la

¹⁰ Il a été commenté par A. Coste, M. Massot et A. Guilbaud, auxquels nous renvoyons.

question dans le cadre de son nouveau traité, introduit des variables plus précises de vitesses, de masses, d'angles, etc.

Le § XXVI, « Sur un problème du To. VIII de mes opuscules » (MS 1793, ff 201-303, sauf 246-247bis, en désordre) jouit d'un titre peu expressif qu'on pourrait améliorer comme suit : « Bilan des quantités de mouvement (absolues, arithmétiques) en cas de choc entre un fluide et un solide ». L'auteur traite des cas divers, selon que c'est le solide qui choque le fluide ou l'inverse, selon que le solide quitte ou non le vase, etc. ; et il compare ces cas avec celui du choc des corps durs. Ce texte, en 38 articles, est plutôt clair, les résultats sont dégagés et synthétisés à partir de l'art. 30 et les questions ouvertes ne sont pas cachées. On sait que les quantités de mouvement (vectorielles) se conservent ; dans quelle mesure est-il intéressant de constater la non-conservation et la diversité des situations pour les quantités de mouvement (absolues), sinon en souvenir de Descartes ? Ce serait à voir de plus près.

Enfin, le § XXXVII, « Sur quelques questions relatives à l'équilibre et au mouvement des fluides » (MS 1793, ff 491-513) est plus embryonnaire et fournit plusieurs remarques sur la pression... et sur l'imperfection des théories, renvoyant d'ailleurs au § X sur les rames.

On constate donc que ces écrits sont indissociables du « nouveau traité », c'est-à-dire du 57^e Mémoire des *Opuscules*, nous renvoyons, à cet égard, à la thèse en cours d'A. Guilbaud.

7.5. MÉCANIQUE

Nous évoquerons les sous-mémoires apparemment consacrés à la mécanique en deux temps: d'abord deux écrits en fait plutôt mathématiques, ensuite trois textes plus physiques.

Le § I « Sur une démonstration du parallélogramme des forces, donnée dans le Tome VI de nos opuscules, p. 361 et suiv. » (MS 1790, ff 2-23) et le § II « Sur une démonstration de l'équilibre du levier que j'ai donnée dans les Mem. de l'acad. des Sciences de Paris de 1769 » (ff 24-27) concernent d'après leurs titres la démonstration des principes de la dynamique, mais ce sont en fait des réflexions sur la rigueur en mathématiques à propos des équations fonctionnelles, de la continuité, des symétries, etc., en réponse à des remarques de G. Calandrelli. Nous renvoyons pour cela à l'étude de J. Dhombres et P. Radelet.

Les trois autres sous-mémoires ont en commun d'essayer d'y voir de plus près sur les vraies répartitions des « forces » en mécanique et sur les phénomènes d'élasticité ; nous allons les décrire brièvement un par un.

Le § VIII « Sur une question de Mécanique » (MS 1790, ff 335-336, 188-212) est une suite de remarques ou de doutes concernant les forces qui s'exercent lors de l'équilibre d'un corps attaché par un fil fixé par les deux bouts et traversant librement le corps. Cet écrit constitue en fait une discussion plus ou moins publique à propos d'un mémoire présenté par Meusnier à l'Académie, le 4 avril 1781 (et pour lequel D'Alembert a été nommé commissaire avec Bossut¹¹). C'est une suite de la seconde partie du Mémoire 56 § II du tome VIII des *Opuscules* et d'après P. Belin¹² la question

¹¹ Le rapport ne semble pas avoir été rendu ni lu en séance.

¹² T. XLIII, p. 259. On trouve aussi divers renseignements intéressants dans le dossier Meusnier de la

aurait été posée à Meusnier par D'Alembert pendant l'hiver 1778-79. Une discussion à l'Académie entre les deux hommes en mars 1780 est même évoquée dans l'Appendice du tome VIII (p. 358). Les « sous-mémoires » 56 § II et 59 § VIII sont en fait indissociables, D'Alembert y ose porter le doute sur les fondements de la statique, sur les problèmes indéterminés où il y a plus d'inconnues que d'équations, il met donc le doigt sur des questions tout à fait délicates (problème hyperstatique) qui seront l'objet de nombreux débats aux siècles suivants, rarement (mais quelquefois quand même) en référence à D'Alembert.

Le § XIV « Sur le choc des corps à ressort » (MS 1792, ff 1-222 [sauf 51], 276-299, en désordre) est un beau mémoire de 139 articles, où l'auteur refuse de jeter le voile pudique sur ce qui se passe « pendant », car la théorie des chocs se contente habituellement de comparer « l'avant » et « l'après ». D'Alembert étudie donc la surface d'impact et son évolution au cours du choc, il prend en compte le facteur temps, etc. Il construit au fur et à mesure ses modèles d'élasticité combinant des particules dures et des petits ressorts, probablement se souvenant d'idées de Jean Bernoulli¹³, allant beaucoup plus loin qu'il ne l'avait fait dans l'article « élasticité » de l'*Encyclopédie* et dans les Mémoires 36 § I du tome V (1768) et 52 § I du tome VII (1780), et s'appuyant sur des expériences célèbres de 'sGravesande.

Enfin, le § XXX, « Sur la force des ressorts & sur la courbe élastique » (MS 1793, ff 359-368), dans le même ordre d'idées que les deux que nous venons de voir, est également un complément au Mémoire 52 § I, probablement suite à un examen des idées de Lagrange.

On constate donc que, sur divers fondements de la mécanique, D'Alembert apporte du nouveau, le fait qu'il s'agisse de doutes et de conjectures est à mettre en relation avec l'histoire ultérieure qui a montré la difficulté de ces questions.

7.6. MATHÉMATIQUES PURES

Procéder à un relevé et à un résumé des écrits de D'Alembert concernant les mathématiques en tant que telles, au sens restreint du terme, dans les *Opuscules*, est une affaire plus délicate qu'on ne croit : il faut en effet tenir compte, non seulement des mémoires explicitement consacrés à ce sujet mais aussi de ce qui est éparpillé sur les mathématiques dans les autres mémoires de mécanique, ou sur les fluides, la figure de la Terre, etc. ; d'autre part, le terme « pures » est un peu impropre. Moyennant ces précautions, nous nous hasarderons ici à une recension en deux parties, la première consacrée au calcul différentiel et intégral, la seconde aux mathématiques élémentaires.

a) Calcul différentiel et intégral

En ce qui concerne le calcul différentiel et intégral, nous distinguerons essentiellement trois ensembles de sous-mémoires : 1) les § VI-VII consacrés au son, aux cordes vibrantes et aux équations aux différences partielles, incluant notamment la suite de la discussion sur la « continuité » des fonctions en jeu ; 2) les § XI-XII qui ont pour objet assez systématique les intégrales et fonctions elliptiques, éventuellement en relation (en arrière-plan) avec des sujets physico-mathématiques ; 3) des petits textes divers sur des sujets plus limités ou éparpillés, les § XVII, XX, XXII, XXIII, XXV.

Place aux archives de l'Académie des sciences (attention, le nom est quelquefois orthographié Meunier ou Musnier).

¹³ *Discours sur les loix de la communication du mouvement*, 1727.

Les § VI, « Sur la vitesse du son, et à cette occasion sur l'usage des fonctions discontinues dans la solution de ce problème et des problèmes semblables » (MS 1790, ff 95-160) et VII, « Sur les cordes vibrantes » (MS 1790, ff 271-334, art. 1-23), sont des écrits intéressants, mais désordonnés. Ils doivent beaucoup aux discussions par lettres que l'auteur a eues avec Lagrange. Ces sous-mémoires, même s'ils sont centrés sur les questions mathématiques, abordent également divers aspects plus physiques liés à l'élasticité et aux fluides compressibles : hypothèses sur les fibres sonores et les particules d'air, affaiblissement du son et seuil d'audibilité, variations de l'épaisseur de la corde. Le plus marquant, dans ces textes, est toutefois l'évolution de l'auteur sur l'usage de fonctions « discontinues », aux différents sens de ce terme à l'époque, c'est-à-dire changeant de forme algébrique ou ayant des sauts de courbure, etc. ; on voit bien que l'auteur pressent des choses que nous appellerions les classes C^2 , ou des besoins de justifications dans les passages à la limite dans les intégrations. Un autre point intéressant est le pont jeté entre les cordes vibrantes et les fluides (Mémoire 56 § I) à propos des difficultés de la « loi de continuité ». Ainsi ces textes, bien que fort peu finis, nous apparaissent-ils aujourd'hui comme dégageant des questions tout à fait pertinentes.

Les § XI, « Sur quelques différentielles réductibles à des arcs de sections coniques » (MS 1790, ff 337-380, art. 1-29) et XII, « Suite des recherches précédentes sur les différentielles réductibles à des arcs de sections coniques » (MS 1790, ff 381-472, art. 1-30), qui forment un même ensemble, sont relatifs à ce que nous appelons les intégrales elliptiques. Il est difficile d'en rendre compte ici de façon compréhensible, dans la mesure où ces écrits sont très techniques et imbriqués avec les précédents de l'auteur, dès les Mémoires de Berlin de 1747 et le Mémoire 52 § III du tome VII des *Opuscules*. Disons seulement que, pour ses derniers écrits sur le sujet, l'auteur fait preuve d'une volonté un peu plus synthétique en ajoutant quelques résultats nouveaux. On notera qu'il abandonne le sujet à Euler et aux générations futures (art. 27) et qu'il indique explicitement plusieurs endroits de ses mémoires sur la figure de la Terre (Mémoires 47 et 53) où il a rencontré ce type d'intégrales, en particulier dans le cas où la Terre est un ellipsoïde à trois axes différents (art. 28-30).

Passons enfin aux autres sous-mémoires éparpillés.

Le § XVII, « Sur une question de calcul différentiel » (MS 1792, ff 268-271) n'est qu'une petite note critique en deux articles à propos d'un système simple d'équations différentielles.

Le § XX, « Sur la quadrature de la cycloïde et à cette occasion sur quelques problèmes de calcul intégral » (MS 1792, ff 307-315, art. 1-9) est bien défini par son titre et s'étend à d'autres courbes que la cycloïde.

Le § XXII, « Sur un paradoxe géométrique » (MS 1792, ff 330-333) n'est qu'une petite variante du Mémoire 23 § II, du tome IV, où l'on voit bien que l'angoisse de l'auteur touche à ce que nous appellerions les valeurs principales de Cauchy.

Le § XXIII, « Sur les principes du calcul différentiel » (MS 1792, ff 334-339, art. 1-3) est une remarque sur les différentielles dans le cas des points doubles ou multiples.

Enfin, le § XXV, « Sur les équations différentielles » (MS 1793, ff 163-200, art 1-27), qui est plus long, concerne l'ordre des différentielles successives des fonctions de plusieurs variables, l'application de ces questions à la théorie des surfaces courbes et

diverses considérations sur les facteurs par lesquels il faut multiplier une forme différentielle pour qu'elle devienne exacte¹⁴.

b) *Mathématiques élémentaires*

À propos des mathématiques « élémentaires », il faut rappeler que D'Alembert n'a jamais enseigné et que son souci d'exposer ce type d'« éléments » apparaît surtout dans ses articles de l'*Encyclopédie*. A part quelques remarques isolées, ce souci était quasiment absent des tomes I-VIII des *Opuscules*. Or, il apparaît de façon non négligeable dans ce tome IX, en particulier dans le long § XIII. On retrouve également des préoccupations de ce genre dans les § XXI (sur les bases de numération), XXIX (logarithmes et exponentielles), XXXIII-XXXIV (coniques).

Les articles de mathématiques élémentaires dans l'*Encyclopédie* étaient souvent signés de l'abbé de la Chapelle, mais ils restaient placés sous la supervision de D'Alembert qui y a souvent ajouté des commentaires. À la fin de sa vie, l'encyclopédiste a fait un petit retour sur ces questions, en particulier dans le dernier volume des *Opuscules*, que nous décrivons ici, au § XIII, « Eclaircissemens sur quelques objets de mathématique élémentaire » (MS 1791, en désordre) en treize parties, sans titre jusqu'au n° VIII, puis avec des titres à partir du n° IX. Sauf erreur, en voici la reconstitution :

- [Chapeau général : f 32]
- n° I [Problème sur un carré], art. 1-18 [en fait 19] : ff 32-58, figures au f 83
- n° II [Problème de géométrie en relation avec l'équation du second degré], art. 1-16 : ff 59-82, figures au f 84
- n° III [Problème sur les rectangles], art. 1-11 : ff 85-104
- n° IV [Remarques sur les équations algébriques], art. 1-16 : ff 105-121
- n° V [Sur les équations des courbes], art. 1-10 : ff 122-136
- n° VI [Remarques sur les équations du 3^e degré], art. 1-10 : ff 137-150
- n° VII [Remarques sur les équations du 4^e degré], art. 1-10 : ff 151-157
- n° VII (sic, en fait VIII) [Sur les règles de compagnie par temps], art. 1-13 : ff 158-174
- n° IX (on voit mal, c'est IX ou X, ou X surchargé en IX) « Sur le jaugeage des tonneaux », art. 1-13 : ff 1-6
- n° X (XI barré en X ?) « Sur l'évanouissement ou élimination des inconnues dans les équations » : ff 7-8
- n° XI (XII, le second I étant barré) « Sur le problème du plus court crépuscule » : f 9
- n° XII « Sur l'article « division » de l'Enc. », art. 1-20 : ff 11-31
- n° XIII et dernier « Sur le problème des isopérimètres », art. 1-44 : ff 176-244

Il est possible que cet ensemble, qui recycle souvent, avec commentaires, des écrits anciens, en particulier de l'*Encyclopédie*, soit lié à la participation plus ou moins indirecte annoncée de l'auteur à l'*Encyclopédie Méthodique* de Panckoucke (1782-1832). En effet, dans le volume des Beaux-Arts, t. I, 1788, Panckoucke reprend une espèce de prospectus de l'entreprise et affirme au sujet de D'Alembert, qui est d'ailleurs mort entre la rédaction de ce prospectus et sa publication :

¹⁴ Cf. le rapport de stage de S. Jassionnesse.

La santé & les diverses occupations de M. d'Alembert ne lui permettent pas de partager notre travail ; mais du moins il a promis de nous remettre différens additions qu'il a faites, il y a long-temps, à plusieurs articles de Mathématiques, & qu'il avoit destinées aux futures éditions de l'Encyclopédie : par ce moyen, il aura part encore à l'édition du Dictionnaire que nous annonçons (p. viij).

Les fonds D'Alembert de l'Institut et de la BNF contiennent par ailleurs divers manuscrits ou copies d'articles d'encyclopédie(s), qui ne sont pas les originaux ayant servi à la première *Encyclopédie*, mais des refontes diverses. Pour le moment, aucun inventaire précis n'en a été fait, nous ne disposons que de débuts de dépouillements par Anne-Marie Chouillet.

Dans ce tome IX, il s'agit de recyclages partiels d'articles de l'*Encyclopédie*, notamment « courbe » (n° V), « crépuscule » (n° XI), « division » (n° XII), « équation » (n° IV), « évanouissement » (n° X) à inclure dans le tome IX des *Opuscules*, comme le montre le chapeau général du § XIII :

Je renfermerai dans cet article des recherches sur quelques questions élémentaires, dont la solution pourroit embarasser, non seulement les étudiants en Geometrie, mais même des mathématiciens plus avancés. La plupart de ces questions ont déjà été éclaircies, au moins en partie, dans l'Encyclopedie aux articles qui s'y rapportent, mais j'ai cru qu'on ne seroit pas fâché de les retrouver ici traitées plus en détail, et avec de nouvelles observations. Cette lecture épargnera la peine de recourir à l'Encyclopedie pour lever les doutes ou les difficultés qu'on pourroit avoir sur ces différentes questions (f 32).

On pourrait d'ailleurs se demander s'il n'y aurait pas une sorte de double recyclage, D'Alembert ayant envisagé ou préparé certaines corrections ou améliorations en vue de l'*Encyclopédie méthodique*, puis y ayant finalement renoncé et ayant alors recyclé en partie ces idées dans le tome IX des *Opuscules*. Ainsi le n° IX, « Sur le jaugeage des tonneaux » était-il signé « (O) », f 6, cette mention étant finalement barrée ; et il semble qu'au début l'auteur avait écrit « Jaugeage (Geometrie) », puis rayé « (Geometrie) » et recyclé « jaugeage » au sein du titre final. Cependant l'étude n'est pas assez avancée pour confirmer cette hypothèse d'une manière plus générale.

Dans la plupart des cas, il s'agit de variations sur ses préoccupations usuelles, concernant les nombres négatifs ou imaginaires, les solutions parasites des équations, ou divers problèmes de géométrie. On notera cependant, en lien avec les probabilités que le n° VII (en fait VIII) relatif aux « règles de compagnie », donc à l'arithmétique commerciale, aux taux d'intérêt et aux partages, contient un art. 11 tout à fait probabiliste :

11. *On peut rapporter aux regles de compagnie cette question souvent agitée. Un pere en mourant laisse sa femme enceinte, et ordonne par son testament que si la femme accouche d'un fils, elle partagera son bien avec ce fils, de maniere que la part du fils soit à celle de la mere comme a est à b ; et que si elle accouche d'une fille, la part de la fille sera à celle de la mere comme d à c. Elle accouche d'un fils et d'une fille. On demande quel doit etre le partage.*

Voici une rapide recension des autres textes sur les mathématiques élémentaires dans le tome IX des *Opuscules* :

§ XXI, « Sur une propriété des nombres » (MS 1792, ff 316-329), art. 1-15, qui est composé de variations autour de la base 10 de numération, de la divisibilité par 9 et par 11, comme les articles « neuf » et « onze » de Rallier des Ourmes, dans l'Encyclopédie¹⁵.

§ XXIX, « Sur les quantités logarithmiques et exponentielles » (MS 1793, ff 344-358), art. 1-14, probablement issu des réflexions sur les annuités au § XXIX, comme le montrent les citations croisées, est très bien défini par son art. 1 :

1. *Quoique les remarques suivantes soient purement élémentaires, cependant, comme elles n'ont peut être été faites encore dans aucun ouvrage, j'ai cru qu'elles pourroient être utiles aux jeunes mathématiciens, à qui il est essentiel de se former des idées nettes des quantités sur lesquelles ils operent.*

§ XXXIX, « Sur quelques propriétés des sections coniques » (MS 1793, ff 402-423, art. 1-20 et § XXXIV, « Sur les sections du cône » (ff 424-459, art. 1-39) traitent des coniques, le premier de propriétés de conjugaison, le second de la possibilité ou non pour un cône d'admettre une base circulaire. Ces deux derniers textes sont étudiés dans le Mémoire de DEA de Gilbert Cros.

8. LES PROBABILITÉS

Les sous-mémoires concernant les probabilités sont au nombre de quatre et portent les numéros XXIV, XXVIII, XXXI et XXXV. Nous nous étendrons un peu plus sur ce thème parce qu'il s'agit du sujet du présent ouvrage collectif de mélanges d'histoire des probabilités.

Le § XXVIII, « Sur le tirage des officiers de l'académie françoise » (MS 1793, ff 339-343) n'est qu'un petit exercice sans prétention sur les combinaisons, sans doute issu d'une discussion liée à une élection en vue des responsabilités académiques annuelles. La table analytique ci-dessous (qui n'est pas de l'auteur) en donne une idée plus précise :

- Art.1. Tirage au sort du directeur et du chancelier : nombre de cas possibles.
- Art. 2. Nombre de cas d'impossibilité.
- Art. 3. « Chance défavorable » au secrétaire.
- Art. 4. « Chance défavorable » à chaque académicien en particulier.
- Art. 5. Rapport de ces deux chances.
- Art. 6. Application numérique aux 40 académiciens.
- Art. 7. Idem, en tenant compte des 7 ou 8 académiciens qu'on ne tire pas normalement.
- Art. 8. Idem, en tenant compte des 6 ou 7 académiciens hors d'état de faire les fonctions. La chance est favorable au secrétaire.
- Art. 9. Cas du mois de janvier. Chance du secrétaire.

Nous placerons ensemble les §§ XXXI, « Sur l'application du calcul des probabilités à certaines questions » (MS 1793, ff 369-387) et XXXV, « Reflexions sur la theorie mathematique de l'inoculation » (MS 1793, ff 460-485).

¹⁵ Cf. le mémoire de D. Azambre *et al.*

Rappelons que D'Alembert est célèbre par ses « doutes » sur le calcul des probabilités et encore plus sur l'application de ce calcul à toutes sortes de choses, notamment aux risques de la vie humaine. Ces doutes portent sur presque tous les sujets : les relations entre probabilité et certitude, la discussion des cas également probables, la prise en compte du temps dans les calculs, l'assimilation d'une somme aléatoire à son espérance, les situations de dépendance. L'historiographie sur la question a été profondément renouvelée depuis trente ans et l'on s'accorde maintenant à considérer ces réflexions comme fécondes, après les avoir trouvées plutôt ridicules pendant deux siècles¹⁶. Mais on sait moins que D'Alembert s'est livré aussi à un effort constructif, notamment en vue d'une théorie mathématique de l'inoculation alternative à celle de Daniel Bernoulli, cela fait l'objet du Mémoire 11 (*Opuscules*, t. II, 1761) et a été complété en particulier au t. IV (1768) dans les Mémoires 23 et 27. Ceci sera plus spécialement développé dans les présentations des vol. III/2 et III/4 de l'édition des *Œuvres complètes*.

Le court § XXXI, visiblement incomplet, et probablement inachevé, ne contient que des embryons sur des points divers : probabilité et certitude, répartition des risques sur l'ensemble de la vie... et ils n'ont de sens que comme compléments incidents à des mémoires précédents, mais on y note (ff 373-374) un petit passage nouveau relatif à deux types de probabilités¹⁷.

Le § XXXV est du même genre, il se présente comme des rappels, puis des variantes et corrections du Mémoire 11 et de ses rameaux, sur des points particuliers, prolongeant la discussion avec Daniel Bernoulli. Pour ce §, comme pour le précédent, il ne fait pas grand sens ici d'en donner un résumé et nous renvoyons à l'édition du tome IX des *Opuscules*, ainsi qu'aux notes du Mémoire 11 dans l'édition du tome II.

Il nous reste maintenant à évoquer le plus gros de ces sous-mémoires, le § XXIV, « Sur les Annuités » (MS 1793, ff 1-161). Il s'agit cette fois d'un véritable mémoire de 91 articles, ayant quelque structure, malgré un certain désordre et quelques parenthèses, et qui se présente explicitement comme un approfondissement du Mémoire 56 § III, du récent tome VIII des *Opuscules* (1780) et une discussion critique de la méthode de Deparcieux pour calculer les rentes viagères. En voici la structure reconstituée par nous :

- Art. 1-19 : Calcul des rentes viagères par la vie moyenne
- Art. 20-26 : Comparaison avec deux autres méthodes
- Art. 27-38 : Variations en fonction des paramètres
- Art. 39-51 : Autres remarques sur les trois méthodes de calcul des rentes viagères
- Art. 52-57 : Annuités pouvant se payer par fractions d'années
- Art. 58-70 : Intérêt simple, intérêt composé, principal
- Art. 71-73 : Cas d'un grand nombre de rentiers
- Art. 74-83 : Prise en compte du remplacement des capitaux
- Art. 84-91 : Signification des racines négatives dans les équations

Ce qui est central ici, c'est la comparaison de trois méthodes de calcul des rentes viagères (explicitée art. 39) : 1) par le calcul de la vie moyenne selon Deparcieux, 2) par ce que nous appellerions la vie médiane, 3) par la vie moyenne de toutes les personnes

¹⁶ Cf. en particulier en bibliographie l'article de M. Paty et la Thèse de J.-N. Rieucan.

¹⁷ Cf. J.-N. Rieucan, Thèse, Chap. I-4, p. 54.

vivant à une époque. Ce sont, pourrait-on dire, des variations sur le caractère stationnaire ou non de la population, mais aussi un affinage des distinctions entre intérêt et principal, sur le remplacement ou non des capitaux, le paiement des annuités par années entières ou par fractions d'années, etc.

Le court « sous-mémoire » 56 § III (six pages seulement) s'appelait également « Sur les Annuités », l'auteur y montrait seulement, pour des annuités non viagères, donc sans considération probabiliste, qu'il y a « de l'avantage pour l'emprunteur à payer les annuités, non à chaque année révolue, mais à des portions d'années » (dernier article, p. 51). On voit donc que ce « sous-mémoire » 59 § XXIV a une visée bien plus large et concerne le cas bien plus compliqué des rentes *viagères*. Il apparaît donc comme un travail nouveau et intéressant et non comme une simple variante ou répétition des mémoires antérieurs, nous renvoyons à l'édition du tome IX pour un examen plus précis.

On peut suggérer l'hypothèse que l'auteur ait été au moins partiellement motivé par la crise financière de l'Ancien Régime, cet écrit ayant été probablement rédigé peu après le célèbre « Compte rendu au Roi » de Necker (1781). Il serait aussi intéressant de savoir si D'Alembert a échangé sur ces questions avec Condorcet, nous n'en avons pas trouvé de trace directe, mais une telle hypothèse est tout de même assez vraisemblable et devra être examinée de près en vue de l'édition, en comparaison avec divers calculs de Condorcet, publiés dans le recueil de 1994, *Arithmétique politique. Textes rares ou inédits (1767-1789)*, ou dans divers manuscrits encore inédits de la période révolutionnaire.

On se souvient aussi que D'Alembert s'était fait traiter de spéculateur suite à l'article « arrérages » de l'*Encyclopédie* (t. I, 1751) et qu'il avait répondu à ces accusations, les citant une nouvelle fois dans une addition à l'article « intérêt », de Rallier des Ourmes (t. VIII, 1765) :

On nous a fait sur cet article arrérages une imputation très-injuste, dont nous croyons nous être suffisamment justifiés par une lettre insérée dans le mercure de Décembre 1757.

Les discussions autour de cet article « arrérages », encore cité dans l'appendice du Mémoire 56 § III, et ses conséquences peuvent ainsi, également, avoir servi de motivation à long terme à l'auteur.

On notera enfin que ce texte, comme plusieurs autres, est parsemé de remarques incidentes sur divers aspects des mathématiques plutôt élémentaires : renvoi au § XXIX « plus bas » (art. 53) à propos des logarithmes et exponentielles, signification des racines négatives dans les équations (art. 84 et suivants), etc.¹⁸

9. LES « DOUTES » DE D'ALEMBERT

L'idée même qu'on puisse chercher une unité dans ce fatras semble saugrenue, et pourtant...

¹⁸ Signalons qu'il existe également divers manuscrits inédits dispersés sur les probabilités, actuellement en cours d'étude, dans le fonds de la Bibliothèque de l'Institut, mais ils ne semblent pas se rattacher au tome IX des *Opuscules*.

L'auteur est connu pour ses « doutes et objections ». Cette spécialité point dès ses premiers travaux, mais, surtout à partir de l'article « croix ou pile » de l'*Encyclopédie* (t. IV, 1754), on peut dire qu'il se complait dans ce genre ; les neuf volumes d'*Opuscules* en forment un étalage assez systématique. Alors pourquoi ne pas proposer une lecture transversale de son œuvre par ce fil conducteur des doutes et objections ? On pourrait chercher leurs permanences, leurs évolutions, voire se demander si à la fin de sa vie (par exemple au tome IX des *Opuscules*) il en a au moins résolu certains.

Il faut d'abord reconnaître que l'inventaire n'en a pas encore été dressé, nous ne le ferons pas davantage ici, nous contentant de quelques coups de projecteurs concentrés sur ce tome. La vérité nous oblige alors à dire que, non seulement, l'auteur a pratiquement repris tous ses doutes toujours dans le même esprit, qu'il n'en a résolu aucun, et qu'il en ajoute même quelques-uns, allant par exemple jusqu'à douter (à juste titre) de ses propres doutes dans les § VI-VII, à propos de l'utilisation des fonctions discontinues, sans pour autant trancher dans l'autre sens. A l'exception de quelques § très ponctuels, tout ce tome IX n'est qu'une succession de doutes, d'objections, de paradoxes, dans tous les domaines des mathématiques et des sciences physico-mathématiques : ce sont un peu ses « quarante problèmes de D'Al-Hilbert ». Même les sous-mémoires les plus constructifs comme ceux sur les ressorts ou les fluides en sont remplis, qu'il s'agisse de doutes particuliers ou transversaux, comme celui de la proportionnalité des causes aux effets (lequel apparaît autant dans le § XIV, sur les ressorts que dans les textes probabilistes).

Sur les nombres négatifs et imaginaires, sur les paradoxes de l'infini (convergences et divergences de séries et d'intégrales, soustraction entre deux aires infinies), il persiste et signe, illustre ses préoccupations par de nouvelles variantes. Sur les fonctions arbitraires et la « continuité », la possibilité de changer de forme algébrique, les sauts de courbure, il évolue certes, mais sans changer ni de style, ni de type de questionnement. Dans les domaines où les liens entre la technique mathématique et les problèmes physiques voire sociaux sont plus étroits, il adopte la même attitude. Il confirme ses questionnements sur les probabilités, en y incluant de nouvelles réflexions sur les différentes façons d'évaluer la vie moyenne. En optique, il constate une fois encore (sans le dire si frontalement) que l'optique géométrique est incapable d'expliquer mille problèmes de la vision. En statique, en dynamique, en hydrodynamique, en astronomie, même s'il semble quelquefois osciller entre pessimisme et optimisme, dans l'utilisation des mathématiques, il reste soucieux des écarts entre les constructions intellectuelles simplificatrices qui permettent à la science d'avancer et les phénomènes proprement dits.

S'agit-il alors de « calculs mathématiques qui ne mènent à rien » ? Nous ne le pensons pas. Alors que la plupart des savants, jusqu'à Euler, Clairaut, Daniel Bernoulli, voire Lagrange, font en général preuve d'indifférence (ou tout au moins de discrétion) pour toutes ces chicanes apparentes, D'Alembert met le doigt sur de vraies difficultés que la maturité insuffisante de l'époque ne lui permet pas de surmonter.

Évidemment, personne ne va lui reprocher de ne pas avoir dégagé ou développé les « structures » mathématiques, les équations de Navier-Stokes ou la théorie des sillages, les valeurs propres de Cauchy, une grande théorie des séries divergentes, une neuro-physiologie de la vision ou les dernières avancées de la tribologie. Pour répondre aux doutes de D'Alembert, il fallait de nouvelles générations, des idées neuves, des audaces, des gens qui puissent s'extraire de la culture de leur siècle...

10. À LA RECHERCHE DES MOTIVATIONS

Profitions des bons côtés (pour l'historien des sciences) de ce style décousu de D'Alembert, où les idées sont successivement accumulées « comme elles lui viennent », pour tenter de comprendre ses motivations, les origines de ses écrits : comment D'Alembert travaille-t-il concrètement ? que lit-il ? pourquoi se lance-t-il sur tel sujet plutôt que tel autre ? combien de temps met-il pour rédiger un mémoire ? etc. Les sources manquent en général, et quand on dispose de renseignements autour de telles questions, sont-ils bien fiables ? Il est difficile de reconstituer la vie quotidienne de l'encyclopédiste. On sait qu'il va régulièrement à l'Académie des sciences le mercredi de 3 h à 5 h, et à l'Académie française les après-midi des lundis, jeudis et samedis et les registres de présence sont conservés. Pour le reste, il faut aller à la pêche dans les correspondances, les souvenirs, les notices biographiques, avec tous les aléas que cela comporte. En outre, on ne connaît pas l'inventaire de sa bibliothèque, dont on ne sait même pas ce qu'elle est devenue. Nous nous contenterons donc de quelques remarques programmatiques.

Il est clair que D'Alembert se tient au courant de l'actualité scientifique, ne serait-ce que par les séances de l'Académie des Sciences où, comme nous le verrons plus loin, il se rend assidûment jusqu'au mois précédent sa mort ; il reste en outre en contact régulier par lettres avec Lagrange, qui lui envoie les mémoires de l'Académie de Berlin. La bibliographie de ses derniers écrits montre aussi qu'il lit la presse et divers ouvrages, au moins d'académiciens, comme Bailly et Lalande. Enfin, comme nous le rappelle Condorcet dans son *Eloge* (p. 119), il continue sans baisse d'intensité la « conversation » avec ses amis. Donc, même s'il est à l'évidence replié sur ses centres d'intérêt personnel anciens, il n'est en aucune façon coupé de la science qui se fait.

10.1. LES ORIGINES CONTINGENTES DE SES DERNIERS ÉCRITS

Il est difficile de dire pourquoi D'Alembert a rédigé tel ou tel mémoire, mais il y a souvent un incident ou une conjonction de circonstances qui servent d'étincelle à des idées plus fondamentales. Voici un tout début d'enquête sur le tome IX des *Opuscules*.

D'Alembert dit, rappelons-le, dans sa lettre à Lagrange du 11 mai 1781 :

Je m'amuse à repasser toutes les sottises mathématiques que j'ai écrites depuis quarante ans, et je jette sur le papier quelques remarques que cette lecture me suggère.

Mais c'est une façon de parler et le savant ne nous dit pas dans quelle mesure il se livre à cette entreprise de façon un peu systématique ou non, dans quel ordre il « repasse » ces anciens textes. L'impression donnée par une revue rapide de tous ces quarante sous-mémoires du tome IX des *Opuscules* est plutôt, comme nous l'avons vu, un mélange entre des écrits dus à une circonstance précise (lecture, lettre, séance académique ...), des remarques sur les volumes des *Opuscules* (avec un peu plus d'insistance sur les tomes VII et VIII les plus récents, où les appendices fourmillent de sortes de programmes de travail pour lui-même ou pour les générations futures), des questions liées à l'*Encyclopédie méthodique – mathématiques* pour lequel il a été sollicité et a promis « un petit quelque chose », enfin des idées qui lui viennent « un peu comme ça ».

Au sein de cet ensemble, l'attention de l'historien est évidemment attirée par les écrits résultant d'une mise en fureur de D'Alembert face à une reconnaissance

insuffisante de ses mérites : il convient à cet égard de souligner la place des réponses à Bailly, avec lequel l'encyclopédiste est en mauvais termes depuis longtemps, notamment depuis qu'il a soutenu Condorcet contre lui en vue du secrétariat de l'Académie en 1772-73. On doit aussi insister sur l'importance de l'institution académique dans sa culture et ses motivations : c'est là qu'il apprend l'existence de telle ou telle recherche ou invention d'un académicien, ou d'un jeune prometteur, comme Laplace ou Meusnier ; ceci apparaît d'ailleurs particulièrement dans les appendices des tomes VII et VIII des *Opuscules*, où figurent en passant un certain nombre de petites remarques en ce sens¹⁹.

Voici donc, lorsque nous l'avons trouvée, une petite récapitulation de ce qui nous semble être la « contingence » des différents « sous-mémoires ».

- § I-II (principes de mécanique) : lettre de Calandrelli du 21 février 1781
- § IV (optique) : 1) complément au 58-XI, 2) erreurs de Bailly dans l'*Histoire de l'Astronomie moderne*, 3) ?
- § V (optique) : complément au 58-XI
- § VI-VII (son et cordes) : discussions avec Lagrange et avec Laplace
- § VIII (statique) : mémoire présenté par Meusnier à l'Académie le 4 avril 1781
- § X (rames) : complément au 57-XIII
- § XI-XII (fonctions elliptiques) : complément au 52-III, avec motivation liée à la figure de la Terre
- § XIII (mathématiques élémentaires) : compléments à divers articles de l'*Encyclopédie* et choses avoisinantes, probablement liés au moins indirectement à la *Méthodique*
- § XIV (élasticité) : compléments aux 36-I et 52-I
- § XVI (vitesse du son) : « un ouvrage moderne », à identifier
- § XVII (calcul diff.) : « ce qu'avoit prétendu un mathématicien », à identifier
- § XVIII (équation de la Lune) : *Astronomie* de Lalande, t. IV, 1781, p. 360, présenté à l'Académie le 30 juin 1781, le rapport étant lu le 4 juillet
- § XIX (astronomie physique) : critique de l'*Histoire de l'Astronomie moderne* de Bailly, présentée à l'Académie le 4 août 1781, le rapport étant lu seulement le 17 avril 1782
- § XXIV (annuités) : approfondissement du 56-III
- § XXV (ordre des différentiations) : lié au supplément du Mémoire 26, à l'appendice du 56-I et peut-être au 58-VI, p. 303.
- § XXVI (fluides) : complément au 57-XII-XIII
- § XXVIII (tirage des officiers académiques) : probablement lié à une question à l'Académie française
- § XXIX (log, exp) : probablement lié au § XXIV
- § XXX (courbe élastique) : complément au 52-I
- § XXXII (lunettes achromatiques) : probablement lié à des découvertes récentes de Rochon
- § XXXVI (éclipses) : lié à une discussion avec Duséjour à l'Académie

¹⁹ Citons par exemple l'appendice du Mémoire 58 § IV, sur la figure de la Terre, t. VIII, p. 390 : on y voit bien comment D'Alembert se tient au courant de l'actualité scientifique, y compris des mesures et des observations.

- § XXXVII (fluides) : peut-être prolongement du § X
- § XL(1) (étoiles) : lettre de Herschell dans le *Journal des Savans* de juillet 1783
- § XL(2) (fluides) : réception du mémoire de Lagrange sur les fluides dans les Mémoires de Berlin pour 1781

10.2. MATHÉMATIQUES ET APPLICATIONS ?

Évidemment, sans pousser les jeux de mots jusqu'à dissertar sur ce qui est nécessaire ou contingent dans l'œuvre de D'Alembert, on ne doit pas identifier l'origine d'un mémoire à sa seule cause occasionnelle et nous ne nous hasarderons pas ici à des réflexions fines sur la dialectique entre les idées de fond et l'actualité. Nous voulons seulement évoquer une question, qui est celle des relations entre les travaux ou préoccupations proprement mathématiques de l'auteur et ses recherches physico-mathématiques, voire physiques. On a eu souvent tendance à affirmer que, chez D'Alembert, les mathématiques et leurs conditions d'applications sont « indissociables » ; mais C. Gilain, à propos des mathématiques en tant que telles, ainsi qu'A. Coste et M. Massot, à propos des fluides, ont montré récemment, que les moments de recherches et d'innovations de D'Alembert sur ces différents aspects étaient parfois au contraire dissociés.

Une interrogation sur des fondements ou des paradoxes de mathématiques au sens strict du terme, est quelquefois assez explicite dans les mémoires : c'est le cas pour la discussion sur les fonctions, les continuités, à l'occasion du problème des cordes vibrantes. Mais le lien est souvent moins clair à établir : ainsi S. Nesme a-t-il fait sentir à propos du Mémoire 35 § I (*Opuscules*, t. V), célèbre du fait du fameux « critère de D'Alembert » sur la convergence des séries, qu'il n'était pas si simple de voir dans quelle mesure ce texte relevait des interrogations permanentes de l'auteur à propos de la pertinence, ou non, d'utiliser des séries divergentes, ou bien plutôt d'un problème plus concret d'approximations par des séries en mécanique céleste traité dans le Mémoire 42 du même volume.

On notera donc ici l'insistance de D'Alembert pour indiquer l'apparition naturelle de ce que nous appelons les fonctions elliptiques dans divers mémoires relatifs à la figure de la Terre (Mémoires 47, du t. VI, et 53, du t. VII), ainsi que la référence croisée entre ses développements sur les calculs d'intérêt, les annuités, les rentes viagères (§ XXIV) et ses remarques élémentaires sur les logarithmes et les exponentielles (§ XXIX). Mais on voit bien qu'une étude de fond s'imposerait pour aller plus loin.

Quarante « sous-mémoires » mathématiques en deux ans et demi, c'est-à-dire environ 15 par an, soit en moyenne un peu plus d'un par mois, représentant environ 600 000 signes, c'est quand même un bon rendement pour quelqu'un qu'on dit fini, voire à l'article de la mort et qui a de nombreuses activités littéraires et administratives.

11. D'ALEMBERT GÂTEUX ?

Alors D'Alembert est-il incapable et radotant dans ses dernières années ou toujours créatif ?

11.1. SA SANTÉ

Avant de tenter de répondre à cette question, il convient d'abord d'essayer de rétablir le bulletin de santé exact de D'Alembert de 1781 à sa mort. La lecture de sa correspondance avec Lagrange est trompeuse. En fait, l'encyclopédiste se compare implicitement au savant turinois, qui est dans la force de l'âge et dans la plénitude de son art, la comparaison est évidemment à l'avantage du second ! Mais D'Alembert aime bien se plaindre, comme Tante Léonie dans *A la recherche du temps perdu*. Son intime Auguste de Keralio, qui renseigne régulièrement Paolo Frisi²⁰ sur la santé du maître, a certainement une vision plus objective. Ce n'est qu'à partir de la lettre du 13 juillet 1782 que Keralio parle de la nouvelle maladie qui emportera D'Alembert :

Je ne suis pas trop content de la santé de D'Alembert. Il souffre depuis quelques tems de la vessie, et vous savez combien les suites de ces maladies peuvent devenir facheuses.

Cependant, jusqu'à l'été suivant, il constate que le savant ne souffre pas, qu'il s'affaiblit seulement petit à petit, et il n'est jamais question de quelque incapacité que ce soit (2 octobre, 10 octobre 1782, 30 janvier, 23 mars, 21 mai, 2 juillet 1783). Ce n'est que dans la lettre du 21 octobre 1783 (huit jours avant le décès, 29 octobre) que le bulletin de santé est alarmant. D'ailleurs, si l'on consulte les registres de l'Académie des sciences, on note que D'Alembert est présent tous les mercredis de l'été 1783 jusqu'aux vacances de l'Académie le 6 septembre. On peut donc en conclure, ce qui confirme les remarques faites plus haut à propos de la datation des mémoires, que D'Alembert, jusqu'à un mois de sa mort environ, est parfaitement en état de faire des mathématiques, même s'il n'a plus, bien évidemment, l'enthousiasme et l'inventivité des années quarante, ni ceux du Lagrange des années quatre-vingts, même si la fatigue et la faiblesse, voire les douleurs l'empêchent de travailler comme il le souhaiterait. Tout cela est d'ailleurs confirmé à divers endroits de l'*Eloge* que Condorcet fait de son ami à l'Académie des sciences.

11.2. UN BILAN ?

Reprenons le jugement traditionnel de l'histoire. Sur la forme, les défauts des mémoires de D'Alembert sont indéniables. Encore, ce tome IX (du fait certes de la mort de son auteur !) ne possède-t-il pas d'« appendice » de dernière minute en compliquant un peu plus la lecture, et parfois, sa forme paraît paradoxalement mieux finie que celle des tomes VI à VIII. Certains sous-mémoires sont même tout à fait clairs, c'est bien sûr surtout le cas des petits § revendicatifs ou contingents, mais en général aussi de ceux qui ont une visée pédagogique en mathématiques élémentaires. Il y a bien quelques tentatives un peu systématiques, s'approchant de la synthèse, ou se lisant de façon assez autonome, comme ceux sur les fonctions elliptiques (§ XI-XII), sur les ressorts (§ XIV) ou sur les annuités (§ XXIV), mais dans leur majorité ces textes n'ont de sens qu'avec sous les yeux un ou plusieurs mémoires antérieurs de l'auteur ou, du moins, une table analytique de ceux-ci, car ils en sont des compléments indissociables. C'est le cas, y compris pour des écrits assez nouveaux comme ceux concernant les fluides (§ X, XXVI et XXXVII) qui doivent s'interpréter comme enrichissant son « nouveau traité » récent, caché dans le tome VIII sous le nom de 57^e Mémoire.

²⁰ La publication de cette correspondance est envisagée ; pour le moment, on en trouvera les références manuscrites par R. Candiani dans Barbarisi, t. II, p. 443 et suivantes.

Sur le fond, il existe certes quelques sous-mémoires très embryonnaires, peut-être inachevés, tels le § XXXI sur les probabilités, peut-être aussi le § XXXV sur l'inoculation et le § XXXIX sur les comètes. Mais les autres, même si leur objectif est souvent modeste, apportent des éléments nouveaux et intéressants. L'auteur suit toujours des idées anciennes, on ne voit guère de mise en place de nouvelle théorie pratiquement sans antécédent dans l'œuvre, mais ses compléments ne constituent pas du « radotage ». En outre, deux écrits au moins, le § XIV sur l'élasticité, voire le § XXIV sur les annuités, sont quand même largement différents de tout ce que D'Alembert avait publié jusque là ; les § VI-VII sur le son et les cordes vibrantes dénotent un changement de point de vue, qui n'est pas l'alignement sur Euler ni même sur Lagrange ; enfin les textes sur les mathématiques élémentaires apportent également un peu d'air frais dans l'œuvre du savant. Bien sûr, nous n'irons pas jusqu'à prétendre que la vie commence à 60 ans ...

Qui a lu ce tome IX ? Et pourquoi Condorcet ne l'a-t-il pas publié ?

Voilà une question qui mériterait une enquête délicate, que personne n'a menée, à notre connaissance.

On sait que Condorcet était légataire universel de D'Alembert : il l'admirait et l'aimait beaucoup, il l'a fréquenté et épaulé jusqu'à son décès, il connaît ce tome IX des *Opuscules* et le défunt lui en a certainement parlé dans ses derniers mois. D'ailleurs, dans l'*Eloge* qu'il prononce de son maître, à l'Académie des sciences le 21 avril 1784, Condorcet écrit :

Nous n'avons pu donner ici qu'une esquisse très-abrégée des travaux immenses de M. d'Alembert, sur les Mathématiques : travaux que ni les distractions, ni la foiblesse de sa santé, ni ses infirmités n'interrompirent jamais, qu'il suivoit encore il n'y a pas une année, au milieu de ses douleurs, & qui ont produit à cette époque un nouveau volume d'Opuscules, où l'on retrouve son génie & cette même finesse, ce même esprit philosophique qui caractérisent toutes ses productions (HARS 1784, p. 111).

Et plus loin, le secrétaire perpétuel annonce aussi :

Il s'est assuré que (...) les Ouvrages qu'il laisse, disposés par lui-même dans le plus grand ordre, seront donnés au Public, à l'utilité duquel il les a consacrés, & il a confirmé ses dispositions à trois de ses amis [Watelet, Rémi et Condorcet] (p. 120).

On sait que ces amis ont en effet publié en 1784 des *Morceaux choisis de Tacite*, puis en 1785-86 l'*Histoire des membres de l'Académie française*. Alors pourquoi pas le tome IX des *Opuscules* ?

Un examen approfondi des petites feuilles figurant dans le fonds de l'Institut, notamment au début de chacun des volumes reliés MS 1790-1793, et écrites de diverses mains du XIX^e siècle, pourrait éventuellement nous éclairer pour savoir si la publication posthume a été sérieusement envisagée et par qui. Par exemple, au début du MS 1791, figure une petite feuille non foliotée, où l'on lit :

*Manuscrits de D'Alembert
Opuscules Mathématiques
Je crois ceci destiné à faire partie des matériaux préparés pour IX vol.
d'opuscules.*

Mais il faut rappeler que les papiers de Condorcet et de D'Alembert sont arrivés entremêlés en plusieurs livraisons à l'Institut à une époque où les archives de la bibliothèque n'étaient pas très bien tenues. Les MS 1790-1793 ont été remis par Lucie Laugier, la nièce d'Arago, en 1892, si l'on en croit une petite feuille placée au début du MS 1790. Mais la foliotation et la reliure étant largement postérieures à ces notes (vers 1960), nous ne savons jamais sûrement quand ces instructions ou descriptions concernent les passages qui suivent immédiatement ou quand elles doivent s'étendre aux MS 1790-1793 dans leur ensemble. Une enquête est nécessaire pour savoir si elles sont antérieures ou postérieures au dépôt à la Bibliothèque. On sait par exemple que la femme, puis la fille de Condorcet ainsi qu'Arago ont consulté diverses personnes, notamment le mathématicien Lacroix, en vue d'une éventuelle publication des oeuvres scientifiques de Condorcet.

Or Lacroix était proche de ce dernier. En 1785-86, Condorcet l'a prié de le suppléer pour assurer ses cours de mathématiques puis de probabilités au Lycée, pour lesquels le secrétaire de l'Académie n'a lu que les discours préliminaires. Condorcet en a rédigé des parties, qui sont restées manuscrites (cf. *Arithmétique politique...*) ; il aurait donc très bien pu aussi demander à Lacroix de s'occuper du volume inédit des *Opuscules*, mais nous ne le savons pas. Lacroix aurait aussi pu être consulté bien plus tard par la famille de Condorcet ou par Arago ; on sait qu'il l'a été à diverses reprises sur l'éventualité de publier certains manuscrits mathématiques de Condorcet. Ce ne sont que de pures hypothèses, toutefois pas totalement invraisemblables. En effet, Lacroix, contrairement à D'Alembert et à Condorcet, savait ce qu'était enseigner, il a toute sa vie essayé de rendre assimilables, claires et pédagogiques les œuvres du XVIII^e siècle, y compris celles de D'Alembert et de Condorcet, qu'il connaissait bien ; il possédait aussi cet esprit pratique lui permettant de discerner ce qui serait encore utile aux chercheurs et ce qui était essentiellement recouvert par des travaux déjà mieux rédigés, tels ceux de Lagrange. Certes, il possédait moins de pénétration et de finesse mathématique que nos savants encyclopédistes et il devait être moins sensible à tout ce qui était prometteur, audacieux, critique mais inachevé ou peu construit, parce que bien trop en avance sur leur temps. C'est pour ces raisons qu'il a décidé de ne pas publier le traité inédit de calcul intégral de Condorcet, et probablement également ses *Elémens du calcul des probabilités*, fort mal édités par Fayolle en 1805. Il serait cohérent qu'il ait jugé de même pour le tome IX des *Opuscules*. Laissons ce sujet : tant que les études plus fines des correspondances et des manuscrits « post-dalembertiens » n'ont pas été menées à bien, il vaut mieux se taire.

Il reste donc du travail pour la nouvelle génération d'historiens des sciences que Bernard Bru contribue à former depuis des années.

Remerciements. L'édition des Opuscules mathématiques de D'Alembert, dans le cadre des *Oeuvres Complètes*, est essentiellement assurée par Michelle Chapront (astronomie), Fabrice Ferlin et Arnaud Mayrargue (optique), Frédéric Chambat et Jean Souchay (attraction et figure de la Terre), Alain Coste et Alexandre Guilbaud (fluides), Jérôme Viard (mécanique), Guillaume Jouve (mathématiques et mécanique), Christian Gilain (mathématiques pures), Roger Mansuy, Pierre-Charles Pradier et Nicolas Rieucan (probabilités) et, bien entendu, accessoirement par d'autres collaborateurs plus occasionnels. Le tout sera révisé par Bernard Bru. En tant que coordinateur de la Série III, je tiens donc à les remercier d'autant plus ici que ces quelques pages s'inspirent de leurs travaux.

BIBLIOGRAPHIE

- *Oeuvres Complètes de D'Alembert*, Paris, CNRS-Editions, en cours : volumes parus, sous presse, ou les plus avancés :

I/6, *Premiers textes de mécanique céleste (1747-1749)*, éd. M. Chapront-Touzé, 2002

I/7, *Précession et nutation*, éd. M. Chapront-Touzé, J. Souchay, 2006

I/4, *Calcul intégral*, éd. C. Gilain, remis à l'éditeur fin 2006

III/1, *Opuscules mathématiques*, t. I, éd. P. Crépel *et al.*

III/2, *Opuscules mathématiques*, t. II, éd. M. Chapront-Touzé, N. Rieucan *et al.*

III/4, *Opuscules mathématiques*, t. IV, éd. G. Jouve *et al.*

III/8, *Opuscules mathématiques*, t. VIII, éd. A. Guilbaud *et al.*

III/9, *Opuscules mathématiques*, t. IX (objet du présent article)

V/1, *Inventaire de la correspondance générale*, éd. A.-M. Chouillet, I. Passeron, J.-D. Candaux

Toutes précisions peuvent être obtenues dans : <http://dalembert.univ-lyon1.fr>

- *Auteurs du XVIII^e siècle*

BERNOULLI Jean, *Discours sur les loix de la communication du mouvement*, Paris, Jombert, 1727.

CONDORCET, *Arithmétique politique. Textes rares ou inédits (1767-1789)*, Paris, INED, 1994.

LAGRANGE, « Correspondance entre Lagrange et D'Alembert », *Œuvres*, t. XIII, Paris, Gauthier-Villars, 1882.

- *Littérature secondaire*

AZAMBRE D., COQUERET A., FRANGIN V., MORIN O., REBY M., *La théorie des nombres dans l'Encyclopédie à travers les écrits de Rallier des Ourmes*, Mémoire de master de mathématiques, Université Lyon 1, mai 2006.

BARBARISI G. (a cura di), *Ideologia e scienza nell'opera di Paolo Frisi (1728-1784)*, Milano, Franco Angeli, 2 vol., 1988.

BELIN P., « Les trois carrières du Général Meusnier : un savant, un militaire, un homme politique », *Bulletin de la Société Archéologique de Touraine*, 1^{ère} partie : « L'Eveil », t. XLII, 1989, p. 303-317. 2^e partie : « Choisir », t. XLIII, 1990, p. 259-276.

CHÊNE J., *Le son dans les Opuscules de D'Alembert*, Mémoire de DEA « Construction des savoirs scientifiques », Université Lyon 1, 2004.

COSTE A., MASSOT M., « La notion de fluide chez D'Alembert à la lumière des Opuscules mathématiques et de la correspondance », U. Köllving et I. Passeron (dir.), *Sciences, musique, Lumières*, 2002, p. 83-91.

CROS G., *Sur quelques propriétés des sections coniques*, Mémoire de DEA « Construction des savoirs scientifiques », Université Lyon 1, 2001.

DHOMBRES J., RADELET DE GRAVE P., « Contingence et nécessité en mécanique. Etude de deux textes inédits de Jean d'Alembert », *Physis*, 1991, p. 35-114.

DICKSON L.E., *History of the Theory of Numbers*, 2 vol., Chelsea, 1971.

GUILBAUD A., *D'Alembert et la conservation des forces vives en hydrodynamique*, Mémoire de DEA « Construction des savoirs scientifiques », Université Lyon 1, 2003.

HANKINS T. L., *Jean d'Alembert. Science and the Enlightenment*, Oxford University Press, 1970. [Reprinted New York, Gordon and Brach, 1990].

ISMAEL-YOUSSOUF D., *Les phénomènes de choc et les principes de conservation. Débats historiques et processus d'apprentissage*, Thèse, Université de Lyon 1, 1999.

JASSIONNESSE S., *Etude du Mémoire 59 § XXV du tome IX des Opuscules mathématiques de D'Alembert*, Rapport de stage ENS, Université Lyon 1, 2006.

JOUBE G., « Les cordes vibrantes du second D'Alembert », *Actes du Congrès de la Société française d'histoire des sciences et des techniques*, Poitiers, 2004.

LAGRANGE, « Correspondance entre Lagrange et D'Alembert, » *Œuvres*, t. XIII, Paris, Gauthier-Villars, 1882.

NESME S., *D'Alembert et la convergence des séries*, Mémoire de DEA « Construction des savoirs scientifiques », Université Lyon 1, 2003.

NESME S., « D'Alembert et la figure de la Terre », *Actes du Congrès de la Société française d'histoire des sciences et des techniques*, Poitiers, 2004.

PATY M., « D'Alembert et les probabilités », in R. Rashed (dir.), *Sciences à l'époque de la Révolution française. Recherches historiques*, Paris, A. Blanchard, 1988, p. 203-265.

RIEUCAU N., *Nature et diffusion du savoir dans la pensée économique de Condorcet*, Thèse, Université de Paris I, 1997.