

Qu'y a-t-il de nouveau dans l'oeuvre scientifique de D'Alembert ?¹

Pierre Crépel (CNRS)

Article paru dans S. Carvallo, S. Roux (éd.), « Du nouveau dans les sciences », numéro spécial de la revue *Recherches sur la philosophie et le langage*, n° 24 (Grenoble), 2006

CultureMath remercie l'auteur et les éditeurs qui ont aimablement accepté que l'article soit mis en ligne sur le site.

Introduction

D'Alembert (1717-1783) est un enfant naturel, moitié abandonné, moitié entretenu par ses parents « biologiques » de la bonne société. Après des études au Collège des Quatre Nations, un peu de droit et un peu de médecine, il se consacre aux mathématiques. Il est élu à l'Académie des sciences en 1741 et rédige, au cours de la décennie qui suit, au moins six ou sept traités (dont le *Traité de dynamique*, 1743) et divers mémoires remarquables et remarqués. A partir du milieu du siècle, il se lance à corps perdu dans l'aventure encyclopédique, publiant notamment le « Discours préliminaire » et environ 1700 articles, surtout scientifiques. Proche de Voltaire, il diversifie son activité et ses oeuvres, entre à l'Académie française en 1754 et en devient secrétaire perpétuel en 1772, sans pour autant abandonner les mathématiques.

Alors que les autres articles de ce volume sont consacrés à cerner la nouveauté de découvertes particulières, celui-ci vise à évaluer globalement la nouveauté de l'oeuvre d'un savant. Cette entreprise comporte au moins deux versants : l'un, local, regarde point par point de quels nouveaux concepts, théorèmes, principes, théories, etc., on peut raisonnablement le créditer ; l'autre, global, examine le personnage dans son ensemble, l'unité ou non de sa pensée, son style, ses méthodes. Plus précisément, il s'agira de répondre aux questions :

- De quelles « nouveautés », découvertes ou inventions, dans les domaines des mathématiques pures ou mixtes, peut-on le créditer sans discussion ?
- Comment trancher les querelles de priorité dans lesquelles il a été impliqué, quel avis donner sur les découvertes simultanées auxquelles il a participé ?
- Comment évaluer son implication dans l'aventure collective des sciences de son époque ?
- Sa « nouveauté » tient-elle à « quelque chose d'autre », à un style à part, à un bouillonnement inclassable ?
- Et si sa nouveauté est identifiable, possède-t-elle une unité, peut-on caractériser son évolution ?

Parodiant D'Alembert lui-même, je n'oserais me flatter de répandre des lumières définitives sur tous ces problèmes, mais je livrerai au Lecteur quelques observations détachées, quelques doutes et objections, sur lesquels je demanderai son indulgence.

Cette tentative d'évaluation a de fortes chances d'être plus délicate pour D'Alembert que pour la plupart des auteurs des siècles passés. En effet, quelles que soient les

¹ Cet article est lié à l'édition des *Oeuvres complètes* de D'Alembert. Je remercie ici tous ceux qui participent à cette édition (et qui trouveront quelquefois dans ce texte les mots mêmes qu'ils ont employés dans diverses conversations ou proposés dans des relectures), en particulier U. Bottazzini, B. Bru, M. Chapront-Touzé, F. Chambat, A. Coste, F. Ferlin, C. Gilain, A. Guilbaud, G. Jouve, Th. Martin, I. Passeron, N. Rieucan, J. Souchay, J. Viard. Ils ne sont pas responsables de mes erreurs ou omissions, ni de mes interprétations hasardeuses.

interprétations diverses des historiens et des scientifiques, les apports mathématiques ou physico-mathématiques reconnus usuellement à Pascal, à Descartes, à Newton, à Leibniz, aux Bernoulli, à Euler, à Lagrange, à Laplace, ne sont pratiquement plus, depuis assez longtemps, objet de discussions. En revanche, les avis même purement « scientifiques » sur D'Alembert recouvrent à peu près tout l'arc-en-ciel des imaginables, et cela du XVIII^e siècle au XXI^e inclus : rarement, on a vu une telle diversité, voire une telle opposition, de jugements immédiats, à moyen(s) terme(s), à long(s) terme(s).

En outre, D'Alembert partage avec Pascal ou Condorcet, mais pas avec Euler ou Lagrange, la spécificité d'être considéré comme un auteur à la fois « littéraire » et « scientifique ». Dès le milieu du Siècle des Lumières, il est connu pour le « Discours préliminaire », les articles « Collège » et « Genève » de l'*Encyclopédie*, pour ses *Mélanges d'histoire, de littérature et de philosophie*, puis pour ses éloges d'académiciens². Et, selon les commentateurs, c'est tantôt le poids de ses interventions « philosophiques » et polémiques, tantôt celui de ses traités ou mémoires scientifiques, qui fait pencher le plateau de la balance de son prestige.

On procédera en deux temps, d'abord en décrivant les jugements scientifiques des anciens : l'auteur lui-même, ses proches, les auteurs des XIX^e et XX^e siècles ; puis en rendant compte des « nouvelles tentatives de visite » de ces dernières décennies. En conclusion, nous tenterons de voir dans quelle mesure ces « dalembertiades » répondent aux questions initiales ou les laissent encore ouvertes.

I. Jugements scientifiques ...

Venons-en donc à l'examen des jugements qui ont été portés sur l'oeuvre physique et mathématique de D'Alembert. Celui-ci est intervenu dans presque tous les domaines des mathématiques pures ou mixtes (sauf, disons, la géométrie et la théorie des nombres, qu'il ne cultive guère) : analyse, mécanique, fluides, astronomie, figure de la Terre, optique, probabilités et même mathématiques élémentaires.

... par lui-même

Des précautions sont indispensables.

D'Alembert est obsédé par ses « crédits » et ses querelles de priorité. Certes, il n'est pas le seul, non seulement parce que l'orgueil des savants est une des choses les mieux partagées (songeons à leurs défis du XVII^e siècle), mais peut-être aussi parce que les institutions, notamment avec le système des prix académiques, aiment mettre les gens en concurrence. Sur le papier, les concours académiques sont l'archétype de la justice, du mérite et de l'impartialité : anonymat des pièces envoyées, interdiction de concourir pour les membres de l'Académie, etc. Mais chacun sait que les concurrences libres et non faussées n'existent que dans la propagande : ici, l'anonymat est souvent un secret de Polichinelle ; les sujets sont choisis plus d'une fois en fonction de qui on souhaite récompenser ; on prépare ou arrange les concours de l'Académie de Paris pour primer les amis de l'Académie de Berlin et ceux de l'Académie de Berlin pour les amis de l'Académie de Paris ; ceux qui ont un accès privilégié

² Nous renvoyons à la bibliographie en fin d'article. Nous utilisons en général des titrés abrégés, notamment pour les ouvrages les plus connus de D'Alembert, dont on peut trouver une bibliographie presque exhaustive sur le site <http://dalembert.univ-lyon1.fr>. Lorsque, pour une citation ou une référence, l'auteur et l'ouvrage sont clairs à partir du contexte, nous nous contentons d'indiquer éventuellement la page exacte entre parenthèses ; sinon nous précisons en note. Si ces légères entorses aux bons usages peuvent quelquefois affoler les logiciels automatiques, elles ne gêneront pas le lecteur.

à l'information via un académicien en place sont avantagés³. D'Alembert en a été à la fois un acteur et une victime. Cela dit, à partir de 1750, l'affaire du prix de l'Académie de Berlin sur les fluides semble avoir décuplé les obsessions de notre savant. Rappelons les faits : D'Alembert envoie à Berlin en 1749 une pièce, où se trouvent des idées nouvelles et remarquables pour un traitement analytique du mouvement des fluides, avec des équations aux différentielles partielles, mais sa théorie est un peu lacunaire et expliquée de façon quelquefois obscure ; Euler fait obstacle à ce que le prix lui soit décerné, mais s'inspire de ses idées, les complète, les expose (fort bien) et les publie sous son seul nom ; D'Alembert est furieux et on le comprend. Evidemment, force est de comparer les griffes des deux savants : chez D'Alembert, cela fourmille de nouveautés, de calculs menés à terme mêlés à des anticipations inabouties et, même quand la rédaction est structurée (ce qui va être de moins en moins le cas, à partir des années soixante et soixante-dix), elle reste accessible à peu de gens ; chez Euler, esprit d'une puissance mathématique hors du commun, c'est toujours propre, lumineux, efficace, utilisable même pour l'enseignement.

D'Alembert ne cesse alors partout, dans l'*Encyclopédie* (1751-1765), dans ses *Opuscles* (tomes I-VIII, 1761-1780), dans sa correspondance, de se livrer à une défense et illustration de son oeuvre. Certes, il apporte des éléments nouveaux, mais il ne peut se retenir de mettre en avant ses travaux précédents. L'historien aurait peut-être alors tendance à s'en réjouir, à se croire aidé par l'auteur pour identifier ce que celui-ci pense de sa « nouveauté », d'autant plus que l'auteur édite souvent ses idées « comme elles lui viennent », donc assez spontanément, surtout quand il prend des « coups de sang » contre Euler, D. Bernoulli, Clairaut, Lalande, Bailly, etc. Ses revendications sont largement vraies, mais leur profusion exige qu'on fasse le tri entre des réclamations circonstancielles ou de détail et l'expression d'aspects fondamentaux ; en outre, quand sa priorité n'est pas contestée, D'Alembert n'a pas besoin de réclamer, et il ne réclame pas, ou guère. Il convient donc d'interpréter ces écrits avec prudence.

Surtout à partir du tome VI des *Opuscles* (1773), l'auteur se livre de temps à autre, au sein d'un mémoire, à une récapitulation partielle de ses revendications de priorité sur tel ou tel sujet. Mieux, dans le tome IX, encore inédit, dont la mort du savant a empêché la publication, figurent deux documents manuscrits exceptionnels ayant pour unique objectif de donner de façon carrée et condensée la liste de ces revendications. Le premier traite de l'« astronomie physique » au sens large, c'est-à-dire de la figure de la Terre, de la mécanique céleste (théories de la Lune, de Jupiter et de Saturne, des comètes, précession des équinoxes) et des lunettes achromatiques, importantes pour les instruments d'astronomie : l'auteur y mentionne très explicitement 26 revendications, classées par thèmes et référencées par des notes bibliographiques précises à la page près⁴ ; l'intérêt de ce petit texte tient aussi au fait qu'il concerne essentiellement, non les mémoires et les ouvrages les plus connus des années 1740, mais surtout ceux ultérieurs, en particulier les travaux éparpillés dans les *Opuscles*. Le second, qui semble malheureusement inachevé, est relatif à la théorie des fluides⁵.

Après correction des variations saisonnières, nous dirons que se détachent alors deux pôles dans l'ensemble de ses revendications. L'un, attendu, concerne ses résultats « positifs », ceux que nous venons d'évoquer mais surtout son principe de dynamique et l'application de celui-ci, notamment pour démontrer le principe de conservation des forces vives : nous en

³ Il suffit de parcourir, même cinq minutes, les correspondances entre savants pour s'en convaincre : voir, parmi cent exemples, celle de Lagrange et D'Alembert, in Lagrange, *Œuvres*, t. XIII, ou, sur un cas particulier instructif, de Cousin et Bicquille, in Bicquille, *La Croisade*, p. 269-277.

⁴ *Opuscles*, t. IX, Mémoire 59 § XIX : Bibliothèque de l'Institut, MS 1792, ff 300-306 et 340-363. Voir P. Crépel, « Les dernières perfidies », où les circonstances de rédaction (contre Bailly) sont exposées. La partie relative à la figure de la Terre a été étudiée plus précisément dans S. Nesme, « D'Alembert et la figure de la Terre ».

⁵ Mémoire 59 § XL (2) : MS 1793, ff 553-556. Voir A. Coste et M. Massot, « La notion de fluide ».

parlerons plus au long aux § 1 et 2 de la seconde partie de cet article. L'autre, plus inattendu, regarde la pertinence de ses doutes et objections, voire de ses propositions plus ou moins entortillées sur l'optique et les probabilités : nous y reviendrons abondamment au § 3 de la seconde partie.

... par ses proches

Nous allons maintenant consulter les amis et disciples de D'Alembert : Bossut, Condorcet et Montucla. Les deux premiers sont des savants sensibles à l'histoire des sciences, au point d'avoir écrit des ouvrages ou de longues préfaces sur le sujet, le troisième, sans être lui-même mathématicien de métier, est le premier historien des mathématiques en tant que tel et sa fameuse *Histoire des mathématiques* (1^{ère} éd., 1758 ; 2^e éd., ans VII-X) reste largement une référence aujourd'hui même, au moins à certains égards : c'est dans la seconde édition, posthume, que l'oeuvre de D'Alembert est examinée. Nous soulignerons ce qui nous semble soit fondamental, soit original, dans leurs appréciations, sans insister sur le reste.

Bossut

L'abbé Charles Bossut (1730-1814), l'un des rares disciples et proches de D'Alembert, a constellé les préfaces de ses traités de considérations historiques, puis il a repris de façon plus systématique une histoire des mathématiques, d'abord dans le « Discours préliminaire » de l'*Encyclopédie méthodique. Mathématiques* (t. I, 1784), ensuite dans un *Essai d'une histoire générale des mathématiques* publié à part en deux volumes en 1802, enfin dans une nouvelle édition de même titre en 1810. Nous nous concentrerons ici sur le « Discours préliminaire » où les caractéristiques de l'appréciation de Bossut se trouvent déjà stabilisées.

L'auteur a choisi de ne pas parler des vivants (Lagrange, Laplace, Condorcet, Monge, lui-même ...) ; mais D. Bernoulli, Euler et D'Alembert viennent de mourir en 1782 et 1783, Bossut peut donc se permettre de juger leurs travaux de façon nominale. Il reconnaît et vante, comme tout le monde, le principe de D'Alembert en mécanique et la supériorité de ses applications, en particulier à la précession des équinoxes ; il souligne l'invention d'un nouveau calcul aux différences partielles dans ses mémoires sur les cordes vibrantes et dans les *Recherches sur la cause des vents*. En revanche, plusieurs aspects inattendus (surtout par leur absence) se dégagent du relevé de ce savant et historien.

En hydrodynamique, domaine que Bossut a lui-même beaucoup travaillé, sur les plans tant théorique que pratique, il reste vague, n'explicite pas les différences entre Euler et D'Alembert, ne dit mot des insuffisances des équations de D'Alembert concernant la notion de pression dynamique ; il évoque les écarts entre la théorie et les expériences, mais sans insister, et ne cite rien des innovations des volumes tardifs des *Opuscules* à ce sujet.

En ce qui concerne les mathématiques proprement dites, il ne dit à peu près rien sur les imaginaires, sur les racines des équations, sur les méthodes nouvelles introduites par D'Alembert pour calculer les intégrales, sur les résolutions des équations et systèmes différentiels. A l'égard des débats de D'Alembert avec Euler sur la notion de fonction et avec D. Bernoulli sur les probabilités, il se garde bien de prendre parti et se contente d'affirmer que sur de telles questions métaphysiques chacun est bien libre d'avoir l'opinion qu'il veut.

En résumé, Bossut, qui était pourtant l'un des mieux placés pour faire ressortir dans l'histoire presque immédiate les points saillants de l'oeuvre de son maître, nous paraît ici assez décevant ; en outre, il semble ne porter que peu d'intérêt aux oeuvres tardives de D'Alembert, qu'il connaissait bien entendu, ne serait-ce que pour en avoir été commissaire à l'Académie.

L'*Essai d'une histoire générale des mathématiques*, près de vingt ans plus tard, n'apporte pas grand chose de plus, sinon sur les querelles entre Clairaut et D'Alembert à propos de diverses questions d'astronomie. En particulier, il est difficile de résister au plaisir de citer intégralement le double portrait des deux hommes (p. 273-275) :

« Clairaut, bien moins fécond en découvertes analytiques [que D'Alembert], mais plus adroit à saisir les moyens d'exciter les applaudissemens publics dont il était fort avide, dirigeait ordinairement ses travaux vers des objets dont un grand nombre de personnes pouvaient apprécier, sinon la théorie, au moins les résultats. Il travaillait ses ouvrages avec le plus grand soin, et presque toujours il leur donnait toute la perfection dont ils étaient susceptibles. Aussi a-t-il joui, de son vivant même, de la plus haute réputation. Son caractère doux, sa politesse, et l'extrême attention qu'il avait de ne blesser l'amour-propre de personne, le faisaient rechercher de tous côtés dans le monde. Par malheur pour les sciences, il se livra trop à cet empressement : engagé à des soupers, à des veilles, et à un genre de vie qu'il voulait et ne pouvait concilier avec ses travaux ordinaires, sa santé s'altéra, et il mourut, jeune encore, quoiqu'il fût d'ailleurs d'une bonne constitution physique. D'Alembert, fort de sa propre supériorité, dédaignait les louanges de tradition, et non senties. Excellent homme, ami tendre et compatissant, bienfaiteur généreux, il eut toutes les vertus essentielles. Les défauts qu'on lui a reprochés avaient leur source dans un fond de gaité et de plaisanterie, auquel il s'abandonnait quelquefois, sans garder les mesures de la modération et de la prudence. Il éconduisait par un accueil glacial les flatteurs ou les importuns qui venaient l'obséder : j'aime mieux, disait-il, être incivil qu'ennuyé. Ne demandant jamais rien aux hommes en place, il s'était réservé le privilège, qu'il possédait au plus haut degré, de leur donner finement des ridicules, quand ils le méritaient. Avec de tels principes et une telle conduite, il se fit un monde d'ennemis. Quelques gens de lettres, bas et jaloux, ne lui pardonnaient point de vouloir partager leurs travaux et leurs lauriers : ils auraient respecté en lui le grand géomètre seul ; il [sic] cherchaient à rabaisser le littérateur devenu leur rival ; et parce qu'il n'était peut-être pas au premier rang dans cet ordre des facultés humaines, l'envie tentait de faire croire qu'il n'y était pas non plus dans l'autre : raisonnement sophistique et insignifiant ; on aurait dû au contraire plutôt conclure que ce passage des épines de la haute Géométrie aux fleurs de la littérature, marquait la flexibilité d'un génie du premier ordre, dont le talent principal se portait aux sciences exactes. »

Condorcet

Au XVIII^e siècle, au plus fort de l'antagonisme entre les Philosophes et leurs ennemis divers, ses adversaires surent accuser D'Alembert d'être presque aussi mauvais en sciences qu'en lettres. Ainsi l'abbé Sabatier de Castres, dès la 2^e édition, en 1773, de son *Dictionnaire des trois siècles*, se repentait-il déjà, à propos de notre encyclopédiste,

« d'avoir traité avec trop d'indulgence [dans la première édition] ses *Mélanges de Littérature*: de n'avoir pas assez insisté sur les défauts de sa métaphysique souvent obscure, imperceptible, entortillée; sur les inégalités de son style, tantôt foible, tantôt plein de morgue, & presque toujours froid & bourgeois; de n'avoir pas mis sous les yeux du Lecteur le contraste qui résulte de la médiocrité de ses productions, & du ton de mépris qu'il affecte, dans toutes les occasions, pour ce qu'il appelle le bas peuple des Poètes, des Orateurs, des Historiens. »

Et, à propos des sciences, il ajoutait perfidement :

« qu'on le regarde comme un des plus habiles Geometres parmi ceux qui n'ont pas eu le génie de l'invention ».

Cette petite phrase déclencha l'ire de Condorcet, le « volcan sous la neige », qui répondit en 1774, dans la *Lettre d'un théologien* :

« Vous assurez que M. D'Alembert n'a point en géométrie le don de l'invention ; cependant il a trouvé le premier un principe général de dynamique. Il a donné le premier le moyen d'appliquer ce principe au mouvement des fluides et des corps d'une figure déterminée. Il a résolu le premier d'une manière générale et satisfaisante le problème des cordes vibrantes et de la précession des équinoxes ; il a inventé enfin le calcul des différences partielles, calcul sans lequel on ne peut établir une bonne théorie du mouvement des fluides ou des corps, soit élastiques, soit flexibles. Voilà, Monsieur, bien des découvertes, et les plus grandes qui aient été faites dans ce siècle (...). »

Nous voilà donc en plein dans le sujet : en quelques lignes, Condorcet a résumé de façon percutante, du vivant même de D'Alembert, ce que les mathématiciens du moment retiennent de sa nouveauté. Mais il est intéressant d'aller plus loin et d'examiner le jugement plus systématique, et plus serein, qu'il a porté dix ans plus tard.

Condorcet (1743-1794) a lu de très près les écrits scientifiques de son maître et il a beaucoup discuté de vive voix avec l'auteur du *Traité de dynamique*. De plus, il lui doit beaucoup sur le plan institutionnel, en particulier sa place de secrétaire de l'Académie des sciences. A ce titre, Condorcet dut en 1783, à la mort de d'Alembert, faire l'éloge de celui-ci, et par suite se poser explicitement la question de la nouveauté dans l'œuvre de ce savant. On doit donc lire avec attention le long « Eloge de M. D'Alembert » par Condorcet. Certes, les cinquante pages de ce texte confirment les points contenus dans la page d'humeur de 1774 que nous avons citée plus haut, mais l'auteur s'y exprime plus précisément ; en outre, il s'attache à ce qu'il appelle les « objets entièrement nouveaux » contenus dans les *Opuscules*, c'est-à-dire dans les textes tardifs. Reprenons ces aspects sous cinq rubriques factuelles.

Dans un premier temps (p. 81-84), le secrétaire insiste sur le caractère unificateur du principe de D'Alembert, ses applications, puis sur l'invention d'un « nouveau calcul », celui « des différences partielles ». Jusque là, rien que l'opinion générale. Il passe ensuite (p. 85) à l'*Essai sur la résistance des fluides* (1752), « un de ses ouvrages où l'on trouve le plus de choses originales & neuves » ; mais on notera avec étonnement que Condorcet ne dit pratiquement rien des nombreuses recherches ultérieures importantes de son maître sur le sujet, en particulier ni du « paradoxe de D'Alembert », ni de la nouvelle théorie des fluides élaborée dans les années 1770-1780. Le troisième point sur lequel nous voudrions insister concerne le relevé précis et pertinent des progrès que D'Alembert a fait faire au calcul intégral (p. 85-86) dans la première partie de son oeuvre, c'est-à-dire dans les décennies 1740 et 1750 : non seulement, Condorcet évoque les mémoires connus publiés à l'Académie de Berlin, identifiant les nouvelles méthodes, les résultats sur les imaginaires, les points de rebroussement de seconde espèce, ce que nous appelons les intégrales elliptiques, ainsi que la résolution des équations différentielles linéaires d'ordre quelconque, mais il souligne aussi à quel point les recherches de mécanique générale, céleste ou des fluides fourmillent de résultats remarquables (mais cachés) d'analyse pure. Quatrièmement, Condorcet dégage (p. 91-93) quelques points importants autour des *Recherches sur le système du monde*, concernant les perturbations des planètes, le mouvement de la Lune, les hypothèses plus générales sur la forme de la Terre et la stabilité de cet équilibre. Enfin, comme nous l'avons dit plus haut –et Condorcet est à peu près le seul à le faire pour longtemps–, il rend compte (p. 105-111) des résultats contenus dans les oeuvres tardives du savant encyclopédiste : alors que la plupart des commentateurs ont considéré D'Alembert comme scientifiquement « en roue libre » dans les décennies 1760 à 1780, Condorcet soutient, à juste titre⁶, le contraire. Après un survol rapide de l'ensemble, il se concentre sur les « objets entièrement nouveaux », à savoir : a) les questions qui nécessitent « le secours quelques fois dangereux de la Métaphysique » et dépendent alors « de la finesse, de la justesse naturelle de l'esprit », par

⁶ Nous expliciterons cela dans la seconde partie. V. aussi en bibliographie les études de J. Chêne, A. Coste et M. Massot, P. Crépel, C. Deponge, F. Ferlin, A. Guilbaud, G. Jouve, S. Matte, S. Nesme.

exemple ceux sur les logarithmes des quantités négatives ou sur la discontinuité des fonctions arbitraires ; b) le lien entre la démonstration des principes de la mécanique et ce que nous appelons les équations fonctionnelles ; c) les doutes et objections de D'Alembert sur les probabilités et leurs applications, dont on sait qu'ils sont à la base des célèbres travaux de Condorcet ; d) enfin, les « morceaux dispersés » sur le calcul intégral qui « peuvent échapper à un lecteur inattentif ou peu instruit » ... et qui ont échappé à la plupart des savants !⁷

Cet éloge très appuyé de son ami et maître n'empêche pas Condorcet de développer au même moment, avec justesse, les apports mathématiques d'Euler dont il ne partage pas les options idéologiques. Plus qu'une longue comparaison, cette remarque de l'académicien Cousin à son ami Bicquille, le 7 avril 1785, nous en convaincra :

« Nous avons eu un éloge d'Euler fort long, puisqu'il a duré plus d'une heure ; mais il m'a beaucoup intéressé. On ne s'attendrait pas que Condorcet mettroit Euler si fort au dessus de d'Alembert, et le public lui en a su gré. »⁸

Montucla et al.

J.E. Montucla (1725-1799) est très proche de D'Alembert dans les années cinquante. Lorsqu'il rédige sa première édition de l'*Histoire des mathématiques* (1758), les deux hommes se voient tous les jours, avec quelques autres, chez le libraire Jombert. Au point que cet ouvrage de Montucla est cité dans l'*Encyclopédie* avant même sa parution. Mais l'érudit est passé à d'autres activités, administratives notamment, et c'est surtout sur la fin de sa vie, dans les années quatre-vingt-dix, qu'il revient à l'histoire des sciences. Il meurt avant d'avoir achevé la seconde édition de l'*Histoire des mathématiques*. Or, dans cet ouvrage, le XVIII^e siècle n'est évoqué que dans la seconde édition et précisément dans les t. III et IV que l'auteur a préparés mais n'a pu terminer : ceux-ci ont été publiés par Lalande, qui n'aimait pas D'Alembert, lui-même aidé par Lacroix et Fortia d'Urban, qui l'aimaient davantage, mais jugeaient avec des critères quelquefois différents de ceux de Montucla. C'est une histoire ouverte, vivante, elle n'est pas limitée aux « mathématiques pures ». L'examen des appréciations portées ici sur l'oeuvre scientifique de D'Alembert exige de notre part prudence et finesse de jugement.

Bien sûr, l'auteur (les auteurs) exalte(nt) chez le savant encyclopédiste son principe de dynamique, son application au mouvement des corps de figure quelconque et en particulier à la précession des équinoxes, l'invention du calcul aux différentielles partielles, mais pour les autres questions, nous allons constater des différences importantes avec Bossut et des différences importantes parmi ceux qui prennent effectivement la plume dans le livre même.

D'abord, les travaux de D'Alembert en mathématiques pures sont relativement précisés (t. III, Livre I), même si l'auteur, probablement Montucla lui-même ici, n'entre pas dans les détails de la technique : on y explique très bien que « quelque compliquée que soit une quantité imaginaire, multipliée, divisée &c. par une autre quantité imaginaire, élevée même à une puissance dont l'exposant seroit imaginaire, elle est toujours réductible à une quantité de la forme » usuelle (p. 39) ; on y souligne aussi la multiplicité de méthodes astucieuses de D'Alembert pour l'intégration des différentielles et des équations différentielles. Sur les probabilités, les idées provocatrices du savant français sont présentées avec une certaine bienveillance.

Le compte rendu des recherches sur l'hydrodynamique (t. III, Livre III, § X) nous paraît assez faible, mais les équations générales sont attribuées à l'encyclopédiste sans même

⁷ Notons au passage que Condorcet évoque diverses questions générales liées à la « nouveauté », et qui sont le thème de cet ouvrage : sur le génie et la nouveauté, p. 82, sur les querelles de priorité, p. 92, sur les découvertes simultanées, p. 109-110.

⁸ V. la lettre de J.A.J. Cousin dans Bicquille, *La Croisade*, p. 273.

mentionner les résultats d'Euler ! On a une description assez juste des interventions de D'Alembert en optique (t. III, Livre II), tant sur la vision que sur les lunettes achromatiques, bien plus étendue qu'usuellement, du moins quand ce sont Montucla et Fortia d'Urban qui rédigent (parce que les passages dus à Lalande sont beaucoup plus distants).

En revanche, dès qu'il touche à l'astronomie et à la figure de la Terre, D'Alembert est « descendu en flammes » par Lalande (t. IV) : aucune occasion n'est manquée de dire ou d'insinuer que le savant ne connaît pas bien les astronomes, méprise les observations, élabore des théories abstraites sans lien avec la réalité, le tout émaillé de notes de bas de page sur sa mauvaise foi envers Clairaut, Boscovich, etc. Même les aspects de mécanique céleste purement théoriques habituellement reconnus à D'Alembert ne sont pas soulignés ici avec enthousiasme.

En d'autres termes, les travaux de mathématiques « pures », de mécanique et d'optique sont mis en valeur (même si peu d'attention est portée aux *Opuscles*, surtout aux plus tardifs), le reste beaucoup moins, surtout dès que c'est Lalande qui rédige.

Bien entendu, nous aurions pu évoquer les analyses ou opinions d'autres savants de la fin du XVIIIe siècle, par exemple Lagrange. Il aurait été intéressant et original de mentionner un personnage peu connu, Duval-Leroy, qui a étudié avec précision D'Alembert (et Euler) à propos des fluides et de l'optique, respectivement dans l'*Encyclopédie méthodique. Marine* et dans son « Appendice » à la traduction de l'*Optique* de R. Smith. Mais il suffit d'avoir donné un bon échantillon de « grands connaisseurs », sans viser à une exhaustivité inutile à notre propos. Les points communs qui sont universellement reconnus à D'Alembert ont déjà été soulignés plusieurs fois, de même que le caractère déroutant et négligé de son style, que son peu de proximité avec les observateurs et les expérimentateurs, nous n'y reviendrons pas. Les variations dans les appréciations dépendent bien entendu des préoccupations des auteurs, elles concernent surtout les mathématiques pures, l'optique et les probabilités, voire l'astronomie et la mécanique céleste.

Nous concluons ce passage en citant l'appréciation mesurée de Lacroix (1765-1843), l'un des hommes qui assurent la transition entre le XVIIIe siècle et le XIXe, disciple de Condorcet, premier doyen de la Faculté des sciences de Paris en 1808, auteur d'un grand traité de mathématiques, clair et complet, pour l'enseignement supérieur, sachant exposer et écrire sans obscurité, et ayant lu crayon en main les oeuvres de D'Alembert :

« Il partagea avec Euler l'honneur d'être un des plus célèbres géomètres de son siècle; peut-être même le placerait-on au premier rang, quand on considère les difficultés qu'il a vaincues, la valeur des méthodes qu'il a inventées, et la finesse de ses aperçus, si son exposition était toujours lumineuse et facile, si son style était en harmonie avec ce qu'il écrit, si la trop grande finesse de ses aperçus ne le jetait souvent dans des voix détournées, et s'il avait soigné les détails de ses ouvrages mathématiques. Aussi les découvertes de d'Alembert ont pris dans les écrits de ses successeurs une forme nouvelle, qui détourne de plus en plus de la lecture des traités où elles ont parues pour la première fois; et ses oeuvres mathématiques, peu recherchées, n'ont pas été réunies en collection. »⁹

... par les auteurs des XIXe et XXe siècles

Dans la première moitié du XIXe siècle, paraissent deux éditions des *Oeuvres* dites complètes de D'Alembert (1805 et 1821-22). Toutes deux excluent totalement les écrits scientifiques : témoignage indirect du relatif désintérêt où ces derniers étaient alors tombés,

⁹ Cité par Feller, t. I, p. 117.

mais aussi de l'aura littéraire de l'encyclopédiste. Mieux, en 1853, paraît une édition de ses « Oeuvres » en un seul petit volume, où il est affirmé dans la préface :

« Le vrai d'Alembert n'existe aujourd'hui, et n'a jamais existé que par le Discours préliminaire de l'Encyclopédie, le Système des mondes, et les Eléments de philosophie, dont nous avons pris toutes les pages dignes de survivre. »

Puis les courbes s'inversent partiellement : à la fin du XIXe siècle et au XXe, on méprise plutôt son style et son oeuvre non scientifique ; mais ceci n'empêche pas les historiens de la littérature, en général respectueux des équations qu'ils n'ont pas la prétention d'avoir lues, de le qualifier de « mathématicien illustre »¹⁰.

Il serait déraisonnable de procéder à une recension plus ou moins exhaustive de ce que les savants et les historiens des sciences ont dit de D'Alembert aux XIXe et XXe siècles : ils sont trop nombreux, se recopient souvent sans recourir vraiment aux textes originaux, et reproduisent en général partiellement Bossut, Condorcet, Lagrange, Montucla ou Lacroix, quitte à ajouter une petite appréciation personnelle, soit intelligente, soit superficielle. Il est vrai qu'on pourrait évoquer à cet égard divers auteurs originaux, comme Chasles à propos des relations entre géométrie et mécanique, comme Prony ou Barré de Saint-Venant à propos de l'hydraulique, comme Tisserand à propos de la mécanique céleste, en particulier de la théorie de la Lune¹¹, comme Marie dans sa volumineuse *Histoire des sciences mathématiques et physiques*¹², comme Daumas dans son histoire des instruments scientifiques, etc. mais cela nous conduirait bien au-delà du cadre de cet article. Nous nous contenterons d'en examiner quatre, pour des raisons très différentes, qui seront expliquées au fur et à mesure : nous choisirons, dans l'ordre chronologique, Cournot, Todhunter, Bertrand et Truesdell.

Cournot

Antoine Augustin Cournot (1801-1877), mathématicien et philosophe critique toujours remarquable, a d'abord rédigé une thèse de mécanique, puis il a travaillé, entre autres choses, comme on sait, le calcul des probabilités, les liens entre économie et mathématiques. Il a alors été conduit à diverses reprises à lire, avec son habituel regard perçant, de nombreux ouvrages et mémoires de D'Alembert. Nous n'étudierons pas ses commentaires éparpillés¹³, nous nous contenterons d'évoquer ici la notice scientifique synthétique, rédigée dans le *Dictionnaire des sciences philosophiques* d'A. Franck, dont nous extrayons cette appréciation.

« Du vivant de d'Alembert, l'esprit de parti n'a pas manqué de vouloir rabaisser en lui le géomètre; mais les juges les plus compétents, ceux qui se tenaient le plus à l'écart des coteries philosophiques et littéraires, n'ont jamais méconnu l'originalité, la profondeur de son talent, l'importance de ses découvertes. Émule de Clairaut, d'Euler et de Daniel Bernoulli, souvent plus juste à leur égard qu'ils ne l'ont été au sien, il n'a sans doute ni l'élégante synthèse de

¹⁰ Témoin Lanson, pape de l'histoire de la littérature française pendant un bon demi siècle :

« (...) D'Alembert, mathématicien illustre, esprit indépendant, au-dessus de l'ambition et de l'intérêt, ami de son repos jusqu'à l'égoïsme, et jusqu'à renoncer à l'expression publique de ses idées, excitant les autres sous main à se compromettre, et gardant lui-même un silence prudent : critique étroit, fermé à l'art, à la poésie, philosophe intolérant, affolé de haine contre la religion et les prêtres ; écrivain lourd et pâteux, sans tact, d'une inélégance innée, et d'une sécheresse qui se dissimule mal par l'emphase et la fausse noblesse. Son oeuvre littéraire paraît mince aujourd'hui, et ira, je crois, s'amointrissant de jour en jour. » (p. 719).

¹¹ T. I, p. 60-64.

¹² T. VIII, p. 172-236. On pourrait aussi citer l'*Histoire des mathématiques* de F. Hofer, qui consacre les p. 540-547 à D'Alembert. L'auteur, qui est – comme on sait – le metteur en scène de la monumentale *Nouvelle Biographie générale* parue chez Firmin-Didot, n'a pas la prétention de s'être livré à des recherches originales sur D'Alembert, mais il a beaucoup étudié l'histoire des sciences et son ouvrage est assez représentatif des idées ambiantes relatives à notre encyclopédiste.

¹³ Th. Martin nous en a communiqué un relevé (non publié), nous l'en remercions.

Clairaut, ni la parfaite clarté, ni surtout la prodigieuse fécondité d'Euler; mais quand on a donné le premier, après les tentatives infructueuses de Newton, la théorie mathématique de la précession des équinoxes, quand on a attaché son nom à un principe qui fait de toute la dynamique un simple corollaire de la statique, on a incontestablement droit à un rang éminent parmi les génies inventeurs. [...]

Il faut pourtant le dire: le nom de d'Alembert est resté et restera dans la science ; mais, quoiqu'il n'y ait guère plus d'un demi-siècle entre lui et nous, déjà l'on ne lit plus ses écrits, tandis que ceux de Clairaut, d'Euler et surtout de Lagrange demeurent comme des modèles du style mathématique. Chose singulière ! trois géomètres de la même école, tous trois écrivains élégants, membres de l'Académie française, tous trois adeptes zélés de la philosophie du XVIIIe siècle, d'Alembert, Condorcet et Laplace, ont eu tous trois dans leur style mathématique une manière heurtée, obscure, qui rend pénible la lecture de leurs ouvrages, et les a fait ou les fera vieillir promptement. »

Dans la suite de cette notice, Cournot évoque plus en détail le principe de dynamique, le problème des cordes vibrantes et la discussion entre Euler et D'Alembert sur les fonctions, mais il ne souffle mot ni du théorème fondamental de l'algèbre, ni des fluides, ni des probabilités. On sera peut-être étonné à cet égard que D'Alembert ne soit guère cité explicitement dans l'*Exposition de la théorie des chances et des probabilités*, alors qu'une bonne partie de cet ouvrage constitue un essai de réponse aux doutes de D'Alembert, concernant par exemple la dualité entre possibilité métaphysique et possibilité physique¹⁴.

Todhunter

Isaac Todhunter (1820-1884) est, quant à lui, un véritable historien des mathématiques, mais à la mode du XIXe siècle : il a lu en détail et avec beaucoup de sérieux les auteurs qu'il commente, il dégage avec perspicacité et surtout clarté de nombreux points saillants des textes étudiés, mais il les juge de façon rétrospective avec les connaissances de son temps et avec une vision rigide, voire étroite, peu ouverte aux aspects sociaux et philosophiques. Ses ouvrages ont continué à servir de référence à tous ceux qui veulent parler d'histoire des sciences sans s'astreindre à la tâche austère et délicate de lire eux-mêmes les originaux, il a ainsi permis la connaissance mais, en même temps, contribué à glacer des auteurs qu'il n'a pas vraiment compris, ne serait-ce que parce qu'on ne pouvait guère en apprécier la saveur avec l'esprit de 1860 ou 1870. Les deux livres où Todhunter examine en détail les travaux de D'Alembert concernent les probabilités et la figure de la Terre.

Dans son histoire des probabilités, l'auteur consacre la totalité du chapitre XIII (p. 258-293) à notre encyclopédiste. Il donne un aperçu assez honnête, du moins de son point de vue : il dégage les doutes et objections de l'auteur sur la règle de l'espérance, sur le problème de Petersburg, sur l'indépendance, sur les cas inégalement possibles, sur la prise en compte du temps, etc. Et s'il les juge en général erronés, il en reconnaît parfois l'exactitude partielle et l'ingéniosité. Certes, au bout du compte, l'appréciation est négative et des attributs comme « inconsistent », « fallacious », « unintelligible and inconclusive » émaillent ce chapitre. Voici un exemple caractéristique de jugement : « any person who wishes to see all that a great mathematician could produce on the wrong side of a question should consult the original memoir ».

Au sujet de l'attraction et de la figure de la Terre, l'historien britannique consacre cette fois deux chapitres entiers à D'Alembert : XIII (p. 249-304) sur les traités des années quarante et cinquante, XVI (p. 365-423) sur l'*Encyclopédie* et les *Opuscules*. Il suit la même ligne de conduite que pour les probabilités. On ne peut qu'être admiratif face au caractère

¹⁴ Voir Th. Martin, *Probabilités ...*, p. 176-194.

systematique de son étude, à sa volonté de refaire les calculs et de dégager les points cruciaux des 700 pages du savant. Contentons-nous ici de rendre compte de l'article terminal (658) du chapitre XVI, qui constitue un bilan des recherches de D'Alembert sur ce domaine. Pour Todhunter, les résultats ne sont pas en proportion du nombre de pages. Certes, les *Recherches sur le système du monde* et le t. VI des *Opuscules* contiennent beaucoup de matières intéressantes, mais elles sont « plutôt de type spéculatif que d'importance physique ». Il résume ainsi ce qu'il estime être les contributions principales : calculs des attractions pour un corps presque sphérique non ellipsoïdal, existence de plusieurs formes d'équilibre pour une vitesse angulaire donnée, considération de l'action à distance des corps sur une masse fluide en rotation en équilibre relatif. C'est évidemment moins que ce que revendique D'Alembert dans son petit mémoire, cité plus haut, du tome inédit des *Opuscules*, moins que ce qu'on lui reconnaît aujourd'hui, mais à peu près ce qui est resté dans l'histoire habituelle au XXe siècle. Soit dit en passant, l'appréciation générale n'est pas entièrement fautive, en se limitant aux aspects « positifs » confirmés par les mesures physiques ultérieures, elle passe à côté de questions intéressantes soulevées par D'Alembert. Enfin, *in cauda venenum*, Todhunter termine par toutes sortes de critiques destructrices : « numerous and striking faults », manque de clarté (faute plus grave, d'après lui, pour un Français que pour un Anglais ou un Allemand !), incapacité à enrichir ses vues à partir des travaux des autres, et spécialement de Clairaut. Il conclut par un paquet cadeau englobant ses deux ouvrages historiques : « On the whole the blunders revealed in the *History of the Mathematical Theory of Probability*, and in the present *History*, constitutes an extraordinary shade on a fame so bright as that of D'Alembert. » Nous verrons que ceci reste plutôt aimable par rapport à ce qu'on lira un peu plus loin de la part de Truesdell.

Bertrand

Nous évoquerons maintenant le mathématicien Joseph Bertrand, membre de l'Académie française et secrétaire perpétuel de l'Académie des sciences (1822-1900), parce qu'il avait, en tant que double académicien, que mathématicien et qu'esprit critique, toutes les raisons de s'intéresser à D'Alembert et de nous le présenter sous un jour original.

En 1889, il publie un petit ouvrage sur D'Alembert, écrit pour le « monde » avec beaucoup de talent. Ce n'est pas toujours très exact, mais peu importe ici. Le chapitre II (p. 32-62) vise à faire connaître aux non spécialistes l'essentiel de l'oeuvre scientifique, c'est-à-dire ce qu'il faut retenir quand on a tout oublié.

Bertrand évoque alors le principe de dynamique, qui ramène la dynamique à la statique et il l'explique en termes imagés (p. 36-41) ; il donne à propos de l'ouvrage sur la cause des vents un point de vue proche de celui de D. Bernoulli et de Charles, en admirant l'habileté mathématique de l'auteur et en constatant que ce travail ne donne aucune lumière sur le problème physique en question (p. 41-43). Il loue au contraire totalement l'application du principe de dynamique à la précession des équinoxes : « son livre sur ce sujet difficile suffirait pour le rendre immortel » (p. 43-45). Il souligne la contribution, de fait collective, de D'Alembert, Clairaut et Euler à la théorie de la Lune (p. 45-46). L'oeuvre de D'Alembert en mécanique et en astronomie est alors présentée comme l'inspiration et « en quelque sorte le prologue de la mécanique analytique, chef d'oeuvre de Lagrange », comme la source de la mécanique céleste de Laplace. Quant aux travaux proprement mathématiques du savant, ils sont « innombrables » et l'auteur se contente de citer l'invention des équations aux dérivées partielles pour le problème des cordes vibrantes (p. 49). Face à D. Bernoulli, Bertrand donne entièrement tort à D'Alembert sur les probabilités (p. 49-53 : « il se trompe complètement et sur tous les points ») et entièrement raison sur l'inoculation (p. 53-55 : « ce rôle qui lui fait honneur »). Nous indiquerons dans le paragraphe sur les « doutes et objections » en quoi

consistent ces positions des deux auteurs, mais rappelons tout de suite que Bertrand a longtemps enseigné, avec esprit critique, le calcul des probabilités à l'École polytechnique et au Collège de France et qu'il a publié un ouvrage toujours plein de verve et de finesse sur le sujet. Enfin, il regrette le style mathématique qui « manque d'élégance et de clarté » (p. 55-57), attribuant probablement ce défaut au fait que D'Alembert n'a jamais enseigné. On notera que J. Bertrand ne souffle mot ni du théorème fondamental de l'algèbre ni des travaux sur les fluides.

Truesdell

Clifford Truesdell (1915-2000), célèbre mécanicien du XXe siècle, l'un des éditeurs des *Opera Omnia* d'Euler et auteur de travaux historiques sur la mécanique des solides et des fluides du XVIIIe siècle, développe un point de vue assez analogue à celui de Todhunter : précis et souvent très perçant du point de vue purement scientifique, mais cassant, anachronique et finalement fort peu historique quant à la compréhension de l'époque. Nous nous concentrerons ici sur ses très longues introductions historiques aux volumes 11, 12 et 13 de la série II des Oeuvres d'Euler, qui constituent de vrais essais d'histoire de la mécanique rationnelle.

L'édition des *Opera Omnia*, dont le premier volume parut en 1911, reproduit les mémoires d'Euler avec fort peu de notes explicatives. En revanche, les volumes sont souvent précédés de longues études historiques et de « tables analytiques » des mémoires. Ceux de la seconde série (oeuvres mécaniques et astronomiques) qui nous intéressent ici sont relatifs aux corps élastiques et flexibles (t. 11) et aux fluides (t. 12 et 13).

La présentation de Truesdell pour le t. 11 est si longue que les éditeurs ont dû scinder celui-ci en deux parties et réserver tout le volume 11-2 au seul commentateur (435 pages). D'Alembert est certes cité à de nombreuses reprises dans ce volume, non seulement à propos de ses travaux pionniers sur l'introduction des équations aux dérivées partielles pour les cordes vibrantes, mais aussi quant aux *Opuscules* et à sa correspondance avec Lagrange. Il ne nous est pas possible de relater ici la totalité des avis, en général acerbes, que Truesdell porte sur D'Alembert à ce sujet : pour montrer son état d'esprit, nous nous étendrons un peu plus longuement sur les fluides. Disons seulement que le jugement global est sans enthousiasme, comme le montre le résumé synthétique consacré à l'encyclopédiste, et qui est pourtant l'un des passages les plus cléments¹⁵ !

Pour les fluides, c'est un peu plus compliqué, le volume 12 est consacré, disons, aux mémoires divers jusqu'en 1765 et le volume 13 à ce que Truesdell appelle « le traité des fluides de 1766 » (celui-ci étant lu en 1766, mais publié sous forme de mémoires à suivre, et non comme un « livre »). Chaque volume contient une introduction d'environ cent pages : pour le t. 12, elle s'appelle « Rational fluid mechanics, 1687-1785 » et couvre les pages IX-CXXV ; pour le tome 13, elle jouit du titre moins poétique « Editor's introduction », p. IX-CV. Mais, en fait, ces deux introductions sont difficilement dissociables et il y a, au reste, un index commun des noms cités dans ces deux introductions et figurant uniquement dans le t. 13, p. CXIII-CXVIII. On peut y trouver en particulier une mention de tous les nombreux passages qui évoquent D'Alembert.

¹⁵ “To d'Alembert belongs certain priority for deriving the wave equation by 1746 and for obtaining its formal solution. These results once derived, however, d'Alembert strove with might and main to prevent their application except subject to limitations which now, at least, seem merely arbitrary. Though some of d'Alembert's criticisms of the work of others were sound, most were merely destructive in the context of the times, devoid of insight into the mechanical principles or analytical concepts whereby the pitfalls may be bridged or outflanked, and had his objections been heeded, they would have but let the progress of mechanics.” (p. 296). Nous avons supprimé de cette citation les numéros des équations.

En fait, Truesdell se contente d'étudier l'*Essai sur la résistance des fluides* et le tome I des *Opuscules* (1761), il ne dit presque rien du *Traité des fluides* (1744-1770), il survole tout juste le t. V des *Opuscules* (1768) et ignore à peu près complètement le t. VIII (1780)¹⁶. Il a lu sérieusement certains passages et y a même constaté divers points importants que les autres lecteurs n'avaient pas ou guère notés, ce qui lui permet d'en créditer l'auteur, certes comme à regret. Explicitons un peu ce que Truesdell reconnaît à D'Alembert et les principaux points qu'il lui conteste.

A la fin de la partie VIII, relative à l'*Essai*, Truesdell, après toutes sortes de réserves, de critiques et même d'attaques, lui reconnaît quelques avancées techniques¹⁷. On pourrait induire de cette citation que Truesdell accepte de donner une image plutôt positive des travaux de D'Alembert, c'est exactement le contraire, comme nous allons le voir. Avant cela, il avait relevé (à juste titre) la faiblesse de D'Alembert sur la notion de pression (p. LII) et minimisé l'apport de l'auteur à ce que nous appelons le « paradoxe de D'Alembert » ... qu'il attribue essentiellement à Euler (et Robins) dix ans plus tôt.

Sur le Mémoire 4 du t. I des *Opuscules* (le seul des *Opuscules* qu'il ait eu la patience d'essayer de comprendre, au moins en partie, tant il est exaspéré par le style de l'auteur), Truesdell insiste sur la question centrale discutée, à savoir « dans quels cas peut-on ou non résoudre le problème analytiquement ? ». En gros, D'Alembert y répond de façon pessimiste et Euler de façon optimiste. Truesdell a remarqué dans ce mémoire deux points qu'on attribue d'habitude à des auteurs plus tardifs¹⁸.

Pour le reste des mémoires de l'encyclopédiste sur les fluides (plusieurs centaines de pages), Truesdell accepte juste un seul point « nouveau », en hydrostatique, au Mémoire 30 du t. V des *Opuscules*, et estime que tout le reste n'est que du réchauffé sans intérêt. Ce qui ne l'empêche pas de noter un peu plus loin (p. CXVI), sans le dire vraiment ainsi, que dans le Mémoire 33 du t. V, § II, art. 6-7, p. 103-104, D'Alembert démontre la nullité du laplacien de la fonction de courant, résultat usuellement attribué à Laplace !

Dans les vingt pages consacrées à D'Alembert, nous avons noté ci-dessus exclusivement les quelques lignes présentées positivement. Dans tout le reste, D'Alembert est exécuté avec une hargne dont on trouvera difficilement les équivalents dans un ouvrage d'histoire des mathématiques. C'est une succession ininterrompue, non seulement de « tortuous and lengthy », « intricate », « inaccurate », « incomprehensible », mais aussi de « of course [...] false », « recourse to a logical fallacy », « with rather vague reflections or with obscure manipulations leading to no particular end », « not only unproved but untrue », etc. Pire, dès que Truesdell reconnaît quelque chose à D'Alembert, c'est immédiatement pour le rabaisser.

¹⁶ V. t. 12, aux parties VIII (p. L-LVIII, consacrée à l'*Essai sur la résistance des fluides*) et XVI (p. CXII-CXVIII, sur les *Opuscules*) et le t. 13 à la partie III-D (p. LXXXV-XC, relative à la correspondance D'Alembert-Lagrange) ; mais il y a d'autres passages éparpillés, dont nous dirons un mot à l'occasion.

¹⁷ « Nevertheless, despite its many defects, the *Essay* is a turning point in mathematical physics. For the first time, a theory is put (however obscurely) in terms of field satisfying partial differential equations. The distinction between pressure and weight is clearer than in any previous treatment. In addition there are certain definite new results: the continuity equation in special cases ; the acceleration components and a partial generalization ; the conditions for circular-preserving motion and their generalization ; and the solution in term of complex variables. In addition, there is the claim that all flows are potential flows, which, as we shall see, began a controversy that lasted for a century. The explanation of resistance arising from cavitation due to a free surface is a valuable addition to the physics of fluids. » (p. LVII). Nous avons supprimé de cette citation les numéros des équations.

¹⁸ « In modern terms, d'Alembert has shown that in steady plane circulation-preserving flow of an incompressible substance, the vorticity is constant on each stream-line. This theorem is usually attributed to Stokes or to Helmholtz. » (p. CXIV)

« D'Alembert has here introduced the stream-function, usually attributed to Lagrange (1781). While Euler's equation (135) includes (178) as special case, Euler did not state it, and it is a very important discovery. » (p. CXIV)

L'un des plus beaux passages est la note 2, p. XCIII du t. 13 : Truesdell vient d'être obligé de reconnaître que le « impulse theorem » et le « velocity-potential theorem » de Lagrange figuraient déjà dans D'Alembert, mais c'est tout de suite pour dire que ce dernier ne s'en était lui-même quasiment pas aperçu. Au lieu de noter que Lagrange a trouvé sa source d'inspiration dans D'Alembert, comme le savant turinois ne cesse de le dire honnêtement, Truesdell tente de nier ce fait et suggère ici et ailleurs (p. XC ...) que les louanges de Lagrange vis-à-vis de son ami ne seraient que politesse, hypocrisie ou affaire de clan (« D'Alembert's coterie ... », p. LXXVI) à seule fin de cacher que Lagrange suivrait de fait Euler et non D'Alembert. Le mécanicien américain s'auto-présente néanmoins comme infiniment juste, à défaut d'être infiniment bon, avec celui qu'il n'aime pas¹⁹.

Truesdell n'a pas vu que la gaucherie et - c'est vrai - les obsessions de priorité de D'Alembert cachaient aussi l'intuition de nombreux aspects dont certains furent repris, clarifiés, prolongés, voire lissés par Euler et Lagrange, dont d'autres mettaient justement le doigt sur des immaturités de l'époque. En particulier, sans doute agacé par la lecture des premiers volumes des *Opuscules*, Truesdell est passé totalement à côté du « troisième traité des fluides » de D'Alembert, c'est-à-dire du volume VIII des *Opuscules*, qui prend au sérieux la crise de l'hydrodynamique et tente de répondre astucieusement aux objections de Borda sur l'écart entre théorie et pratique : nous évoquerons cela dans la seconde partie.

Il est difficile de tirer un bilan des appréciations données entre 1800 et 1960 sur D'Alembert savant. Mis à part Joseph Bertrand, aucun scientifique ou historien n'a tenté une synthèse sur le savant des Lumières : certains d'entre eux se sont livrés à des études précises mais limitées à leur spécialité. D'ailleurs la difficulté de lecture de l'auteur interdit pratiquement toute autre ambition, sauf pour un programme de recherche collectif ... et qui aurait pu en avoir vraiment envie ? En outre, les uns et les autres ont jugé selon des critères incommensurables entre eux : Todhunter et Truesdell en scientifiques rétrospectifs, Cournot en inclassable ... ; les historiens des mathématiques du XXe siècle ont plutôt regardé les mathématiques au sens strict du terme, ce qui exclut l'essentiel de la mécanique, de l'astronomie, de l'optique, voire des probabilités²⁰. Mais il nous reste un autre type de jugement de l'histoire, qui n'a pas de prétention épistémologique mais qui n'est peut-être pas plus mauvais qu'un autre, malgré toutes ses imperfections : ce sont les habitudes d'appellations des scientifiques.

... par les « noms qui restent »

Une façon à peine indirecte d'estimer la nouveauté d'un auteur consiste aussi à relever les théorèmes, postulats, principes, critères, etc. qui ont porté ou portent son nom dans les traités de référence. Le terrain est miné. Jusqu'au milieu du XIXe siècle, on n'attribue guère de nom aux théorèmes et aux autres objets mathématiques. Ce sont partiellement les besoins de l'enseignement qui provoquent cette floraison d'attributions dans la seconde moitié du siècle ; mais on notera également que ces décennies voient se répandre l'attribution de noms de rues à des savants, des écrivains et des hommes politiques. Comme toutes les découvertes mathématiques ont leur part de collectif et de simultané, comme les arrière-pensées

¹⁹ « So far as I know, these somewhat uncertain anteriorities of d'Alembert were first noticed in my recent studies. It was d'Alembert's fate in hydrodynamics to stumble over jewels but heedlessly kick them beneath the dunghill of his endless and meaningless manipulations and philozophing. » (p. CXIII) Et dans la même page : « D'Alembert had offered only metaphysics, incomprehensible manipulations, and Olympian pronouncements to support his contention ... ». Ce ne sont que des exemples, dont nous arrêterons ici la liste.

²⁰ V. par exemple M. Kline, *Mathematical thought*, où l'on pourra noter les nombreuses occurrences de D'Alembert à partir de l'index, mais un bilan finalement assez maigre.

nationalistes sont rarement totalement absentes, il serait hasardeux d'identifier ces baptêmes à des prises de position épistémologiques et historiques. En outre ces attributions ne sont pas stables dans le temps et dans l'espace. Il n'empêche ... Une multitude de « choses » porte le nom de notre encyclopédiste. Le théorème fondamental de l'algèbre s'appelle, surtout en France, théorème de D'Alembert, ou de D'Alembert-Gauss ; l'opérateur différentiel issu de la théorie des cordes vibrantes est universellement nommé « d'alembertien » ; le principe qui apparaît dans le *Traité de dynamique* est connu sous le nom de « principe de D'Alembert », même si tout le monde est loin d'entendre la même chose par là ; on parle du « paradoxe de D'Alembert » sur la résistance des fluides ; tout étudiant doit apprendre le « critère de D'Alembert » relatif au rapport de deux termes consécutifs pour la convergence des séries ; même en Allemagne vers 1900, on nomme « équation de D'Alembert » une équation différentielle linéaire en x et en y , c'est-à-dire de la forme $y=xf(y')+g(y')$; on parle de la « condition de d'Alembert » pour la correction des aberrations dans les lunettes achromatiques²¹ ; on désigne souvent par « martingale de D'Alembert » la stratégie probabiliste qui consiste à doubler sa mise en cas de perte et à cesser de jouer au premier gain.

Ceci témoigne sans aucun doute de la reconnaissance des générations ultérieures : le savant des Lumières est clairement considéré comme ayant imprimé sa marque dans un grand nombre de domaines des mathématiques pures ou mixtes. Mais, comme nous le verrons, point par point, dans la partie qui suit, plusieurs de ces attributions sont douteuses et d'autres aspects dont on devrait lui faire crédit sont absents de cette liste.

II. Nouvelles tentatives de visite

D'Alembert est certainement un des savants dont l'étude a été la plus bouleversée depuis une trentaine d'années. Ce changement est certes lié aux « nouvelles façons de faire de l'histoire des sciences », mais moins aux théories historiographiques et épistémologiques modernes qu'à un retour aux textes oubliés (à cause de leur difficulté et de leur obscurité) et à la volonté de mieux s'imprégner des motivations d'un auteur, de ses audaces inabouties, des vertus de son esprit critique. Signalons, à titre d'exemples, l'ouvrage de Thomas L. Hankins sur la mécanique, des articles de Lorraine Daston et de Michel Paty sur les probabilités, puis tout ce qui est sorti du bicentenaire de la mort du savant en 1783-84.

La revalorisation des travaux de D'Alembert était donc entamée avant la mise en route de l'édition critique et commentée des *Oeuvres Complètes*, mais il est clair qu'elle ne pouvait qu'être ponctuelle avant cette entreprise. Cette édition, destinée à couvrir une bonne cinquantaine de volumes, comporte les ouvrages, articles et mémoires scientifiques (séries I-III), les travaux plus littéraires (série IV) et la correspondance (série V). Il ne s'agit pas d'abord d'interpréter ces œuvres mais surtout de les mettre à disposition des lecteurs sous forme fiable et avec les instruments de travail appropriés. Les recherches collectives préparatoires nécessaires ont permis de se faire une idée d'ensemble des contributions du savant encyclopédiste : c'est ce qui rend possible le présent texte. Rien de tel que d'éditer les œuvres dites « complètes » d'un savant pour être obligé d'examiner en détail tout ce qui semble rebutant et inintéressant ! Cela permet d'abord de retrouver les écrits oubliés ou démodés, voire passés inaperçus du vivant même de l'auteur parce qu'inédits ou trop mal expliqués ou peu en phase avec les préoccupations de son époque. Bien sûr, quand on veut discuter de la « nouveauté » d'une œuvre, on ne peut dissocier totalement son évaluation de sa diffusion ; l'étude d'un auteur doit prendre en compte ses écrits peu ou non connus, tout en les appréciant de façon différente selon leur impact, tâche quelquefois délicate.

²¹ V. par ex. Danjon et Couder, p. 239-246.

Tentons sinon de faire le point sur les réexamens de l'oeuvre de D'Alembert dans les vingt-cinq dernières années, du moins d'en évoquer ici quelques-uns. Nous procéderons en trois temps, distinguant d'abord les mathématiques « pures » des sciences physico-mathématiques (même si cette distinction est discutable et exige l'introduction de nuances, comme nous allons le voir), présentant enfin les « doutes et objections » sur toutes sortes de sujets, ce dont D'Alembert s'est fait une spécialité.

1) La patte de D'Alembert en mathématiques « pures »

Comme on l'a vu plus haut, l'histoire usuelle des XIXe et XXe siècles insiste peu sur les apports de D'Alembert en mathématiques pures, si ce n'est sur la construction des équations aux dérivées partielles. On le crédite aussi, mais essentiellement dans les us et coutumes pédagogiques des mathématiques françaises, avec hésitation et en général sans retour aux textes, du « théorème de D'Alembert ou de D'Alembert-Gauss » et du « critère de D'Alembert » pour la convergence des séries.

Or les études récentes plus précises nous montrent un paysage beaucoup plus vaste. Voici au moins trois points importants dont on peut créditer D'Alembert à propos du calcul intégral des fonctions d'une variable (et l'algèbre) :

- un résultat général sur la nature de l'intégrale (indéfinie) d'une fonction rationnelle ; avec pour cela des résultats sur la théorie des imaginaires (tous les imaginaires sont des nombres "complexes", ce qui inclut notamment la première démonstration sérieuse du théorème fondamental de l'algèbre) ; en termes anachroniques, bien sûr, on peut y entrevoir une certaine manière de considérer la structure de corps dans les nombres complexes ;

- une première étude analytique systématique de l'intégration des fonctions algébriques irrationnelles ;

- une étude des systèmes d'équations différentielles linéaires comme nouvel objet du calcul intégral et réduction de toute équation différentielle linéaire à un système d'équations du premier ordre²².

On pourra noter aussi l'explicitation des conditions pour qu'une fonction $P(x,y) + i Q(x,y)$ ait les bonnes propriétés des fonctions de la variable complexe $x+iy$, soit en termes d'aujourd'hui le lien entre les équations de Cauchy-Riemann (sic) et les fonctions holomorphes (re-sic): c'est D'Alembert qui a montré cela le premier, et même Truesdell, qui ne l'aime pas, reconnaît que c'est une contribution fondamentale du géomètre français à l'histoire des sciences.

Parmi les aspects liés aux mathématiques pures où le nom de D'Alembert est souvent prononcé de façon positive, mais imprécise, figure l'introduction de la « rigueur », notamment dans le calcul infinitésimal. L'affaire n'est pas si simple ! Pour plusieurs raisons. D'abord, D'Alembert n'a écrit aucun traité d'algèbre, ni d'analyse. Ensuite, il ne suffit pas d'aller chercher ses idées dans ses mémoires explicitement consacrés à ces thèmes ; il faut aussi naviguer parmi les articles de l'*Encyclopédie*, éventuellement à des mots qu'on n'aurait pas imaginés (ex. : « cas irréductible ») ou pas forcément sélectionnés pour l'objet en question : par exemple, on en apprendra plus sur la conception des « limites » en lisant « différentiel », où l'auteur en montre l'utilisation, qu'en lisant « limite » qui, d'ailleurs pour l'essentiel, n'est

²² Il n'est pas possible d'indiquer ici la liste de tous les mémoires de D'Alembert où ces nouveautés apparaissent, car ils sont trop nombreux et éparpillés, on renverra donc pour cela aux articles de C. Gilain signalés en bibliographie, ainsi qu'à son « Introduction générale » du volume I-4 des *Œuvres complètes*. On peut aussi trouver une partie importante des résultats de D'Alembert dans le *Traité* de Bougainville, écrit sinon sous la dictée de l'encyclopédiste, du moins sous son inspiration.

pas de lui mais de l'abbé de la Chapelle²³. Mais ce n'est pas tout : les réflexions sur la rigueur de l'algèbre ou de l'analyse doivent aussi être cherchées dans les lemmes, notes ou appendices de mémoires des *Opuscules* consacrés à d'autres questions physico-mathématiques, et ceci sans que notre attention soit attirée par quelque mot du titre. Le tome VI des *Opuscules* regorge, sans prévenir, de telles remarques dans des écrits sur les principes de la dynamique et sur la figure de la Terre, à propos des équations fonctionnelles, des imaginaires, des comparaisons asymptotiques entre fonctions ! Sous certains aspects, il n'est pas étonnant qu'il ait fallu attendre l'édition des *Oeuvres complètes*, ses inventaires, ses enquêtes systématiques, pour dégager divers points importants, qui en général n'étaient cependant pas dans des textes inédits²⁴.

D'Alembert découvre le fait que la régularité d'une fonction ne va pas de soi, qu'il peut y avoir des problèmes de détermination et de continuité (même s'il confond plus ou moins les deux) de certaines dérivées en certains points. A partir du 1^{er} Mémoire des *Opuscules* (sur les cordes vibrantes, 1761), il parle notamment de "sauts de courbure" pour désigner ce type de problèmes sur les différentielles secondes. Dans le cas des cordes vibrantes, il détaille même les impacts de ces irrégularités d'un point de vue analytique puis physique, chaque étape étant dissociée de manière assez claire. Nous reviendrons partiellement sur ces questions plus loin, dans le passage sur les « doutes et objections ».

Chercher à définir d'une phrase, sur le fond, l'essence de la contribution de D'Alembert aux mathématiques pures, est un piège... On sait à quel point il est difficile de donner une caractéristique de D'Alembert qui ne rencontre pas immédiatement un contre-exemple. En voici une illustration : il joue un rôle indiscutable dans l'algébrisation du calcul intégral, mais n'hésite pas à utiliser la géométrie si cela lui est utile.

2) Victoires dans les sciences physico-mathématiques

Globalement, la contribution de D'Alembert aux sciences physico-mathématiques est reconnue, sa priorité concernant l'introduction des équations aux dérivées partielles, voire son traitement victorieux de problèmes physiques par cette voie, ne sont pas contestés, en tout cas pour les cordes vibrantes, un peu moins pour les *Recherches sur la cause des vents* et l'*Essai sur la résistance des fluides*. Dans ces deux derniers cas, les critiques de Daniel Bernoulli sur les vents²⁵, et la supériorité mi-réelle mi-apparente des mémoires d'Euler sur les fluides, ont souvent rabaisé la valeur de ces deux ouvrages ; chacun reconnaît néanmoins que, malgré leur mauvaise finition et leur caractère inutilisable pour l'enseignement, ils ont apporté un élan décisif qui a permis à Euler et à Lagrange de développer leurs théories lumineuses et applicables par le commun des mathématiciens. Nous en redirons un mot un peu plus loin.

²³ Signalons, à cet égard, un document instructif, le « Mémoire de D'Alembert sur lui-même » dont nous rappelons ici le passage relatif à l'*Encyclopédie*, passage qui indique quels articles D'Alembert estimait les plus importants :

« Il a revu toute la partie de mathématiques et de physique générale de l'*Encyclopédie*, et il a même refait en entier, ou presque en entier, plusieurs articles considérables relatifs à ces sciences, et qui contiennent, sur des objets élémentaires, des choses nouvelles qu'on chercherait inutilement ailleurs ; on peut citer les articles, tels que cas irréductible, courbe, équation, différentiel, figure de la terre, géométrie, infini, etc., et un grand nombre d'autres. »

Ce « Mémoire » est réédité en entier avec ses variantes par I. Passeron dans *Recherches sur Diderot et sur l'Encyclopédie*, 38.

²⁴ V. aussi les mémoires et thèses de G. Jouve, S. Nesme, J. Chêne, ainsi que P. Crépel, G. Jouve, « Peut-on lire du vieux D'Alembert ? » et les instruments de travail en cours dans l'édition des *Œuvres Complètes*.

²⁵ Lettre du 29 juin 1746 à Euler, in Fuss, *Correspondance*, t. II, p. 601-606.

Mécanique

L'autre nouveauté importante toujours reconnue à notre auteur, c'est le "principe de D'Alembert", parce que c'est un principe d'économie de pensée, comme le dit Mach. Il est nécessaire de creuser cet aspect. Ce principe, que l'auteur publie en 1743 dans le *Traité de dynamique*, pourrait sembler n'en être qu'un parmi d'autres au cours de la « décennie des principes de la dynamique » qui s'écoule de 1735 à 1745. Vu de loin, Euler, Daniel Bernoulli, Fontaine, Clairaut, Montigny, voire Maupertuis ... ont proposé, énoncé ou utilisé des principes qui nous semblent souvent voisins, à peu près en même temps, à une époque où ces préoccupations sont celles de tout le monde savant. D'où vient alors que D'Alembert, dont les priorités sont souvent si contestées, se voie ici encensé, même par ses adversaires et ses détracteurs ? Il y a certes eu quelques accrochages avec Clairaut dès 1742-1743 et avec Fontaine²⁶ un peu plus tard, mais ils ont vite été ravalés au rang d'anecdotes. Cette question a souvent été abordée depuis deux siècles et demi et, même si elle exigerait encore quelques éclaircissements, nous nous contenterons ici de renvoyer à quelques ouvrages récents comme ceux de T. Hankins, V. Le Ru, M. Paty, A. Firode, qui consacrent explicitement des chapitres à ce principe.

Ce qui est novateur c'est l'application de son principe, au moins autant que le principe lui-même. Lagrange dit certes que le principe de D'Alembert c'est très bien ... quand on a déjà la solution par ailleurs ... Mais dans la *Mécanique analytique*, il dit aussi que, si les problèmes du *Traité de dynamique* sont difficiles à suivre, son application dans les *Recherches sur la précession des équinoxes* est au contraire lumineuse. Il ajoute également que c'est en lisant D'Alembert qu'il a compris ce que nous appelons les angles d'Euler. En d'autres termes, le savant français apporte tous les ingrédients pour traiter dans tous les cas le mouvement des corps de figure quelconque, le mouvement du centre de gravité, et celui autour du centre de gravité, et il les utilise lui-même jusqu'au résultat final à propos d'une question que personne n'avait résolue et qui avait arrêté Newton. Il prolonge d'ailleurs ces travaux au cours des décennies suivantes dans les *Recherches sur le système du monde* (1754-56), notamment dans le cas de la dissimilitude des méridiens, et dans divers mémoires des *Opuscules* (tome I, Mémoire 2 ; tome IV, Mémoires 21, 22, etc.)²⁷.

D'Alembert a donc ici permis des progrès considérables en mécanique céleste, contribuant à la confirmation du système de Newton ; mais il s'agit, tant pour la précession et la nutation que pour le problème des trois corps (théorie de la Lune, comètes, Jupiter et Saturne...) d'un travail difficile de mécanique rationnelle et de calcul intégral (mises en équations, quelquefois résolutions exactes, quelquefois résolutions par approximations) plus que d'astronomie. Toutefois, comme il le précise lui-même dans son petit mémoire tardif du tome IX des *Opuscules* déjà évoqué, ces recherches ne se cantonnent pas forcément à de la virtuosité mathématique, elles débouchent aussi sur des résultats concrets et numériques, par exemple le rapport de la masse de la Lune à celle de la Terre. Nous avons choisi de ne pas développer ici toutes ces questions, car elles sont détaillées dans les deux premiers volumes parus de l'édition des O.C. de D'Alembert, qui concernent précisément la mécanique céleste dans la décennie 1740 : I-6 et I-7. On trouvera également, dans les « Introductions générales »

²⁶ Lors de la préparation du récent colloque Fontaine, les manuscrits mathématiques de ce savant ont été retrouvés. Le manuscrit de Fontaine de 1739, sur les principes de la dynamique, est assez différent des textes de D'Alembert, même si ceux-ci sont voisins du mémoire publié par Fontaine (seulement en 1764, mais garanti bien antérieur par l'auteur). Bien entendu, l'existence d'autres manuscrits aujourd'hui perdus reste possible.

²⁷ On se reportera aux présentations et notes de R. Nakata dans les volumes III-1 et III-4 des O.C. de D'Alembert, correspondant aux *Opuscules*, t. I et IV.

de ces ouvrages, l'état des querelles de priorité, en particulier avec Euler²⁸, ainsi que de nombreuses élucidations de questions délicates de mécanique et d'équations différentielles.

Mais il y a aussi d'autres aspects, qui sont passés beaucoup plus inaperçus. Par exemple ce que nous appelons « la conservation du moment cinétique », sorte d'invariant de la mécanique, aujourd'hui reconnu, est généralement attribué à D. Bernoulli et à Euler (1746), même par Lagrange ! Or, ce résultat figurait déjà dans les problèmes (que personne n'a lus) de la première édition du *Traité de dynamique* (1743). Il est vrai que c'était moins formalisé, construit pour les besoins de la cause, et non dégagé comme un théorème à part²⁹. On retrouve ici un phénomène analogue à celui constaté plus haut à propos des mathématiques pures : un inventaire systématique des innovations éparpillées et non mises en évidence s'impose si l'on veut évaluer lucidement la nouveauté de D'Alembert³⁰.

Fluides

Sans jeu de mots, voici une situation bien paradoxale. Le nom de D'Alembert y est essentiellement célèbre par son « paradoxe » sur l'absence de résistance que rencontrerait un solide se déplaçant dans un fluide si on s'en tenait à la théorie habituelle. Reprenons, sous une forme un peu différente, ce que nous avons dit plus haut. On reconnaît que le savant encyclopédiste a été pour beaucoup à l'origine des équations aux dérivées partielles qui représentent le mouvement des fluides parfaits, et qu'on appelle les « équations d'Euler ». Il était plus ou moins accepté jusqu'à une date récente, mais parfaitement établi aujourd'hui par la thèse de G. Grimberg, qu'Euler a profité de façon indélicate des travaux de son concurrent pour mettre au point, de façon certes totalement satisfaisante et fort bien rédigée, des idées qui pour l'essentiel appartiennent à D'Alembert. Il est vrai qu'il a toujours manqué au savant français, même dans ses derniers écrits, la notion de pression dynamique et que ses équations sont donc incomplètes dans le cas général, alors qu'Euler a en revanche parfaitement intégré la pression dans ses calculs. Les jugements de l'histoire à cet égard sont assez étonnants : ses contemporains, même proches comme Bossut, Condorcet et Montucla, restent vagues ou très incomplets et, toujours paradoxalement, c'est Truesdell, comme on l'a vu plus haut, qui, tout en détestant D'Alembert et en faisant ce qu'il peut pour minimiser son rôle, pointe ses apports principaux, du moins en ce qui concerne le traitement analytique contenu dans l'*Essai sur la résistance des fluides* et le t. I des *Opuscules* !

Mais l'oeuvre de l'auteur sur l'ensemble des problèmes de statique et de dynamique des fluides, compressibles ou non, prenant en compte ou non les phénomènes d'attraction, est immense et beaucoup plus diversifiée que ce que nous venons de dire : elle comporte trois phases au sujet du mouvement des fluides et un égrenage impressionnant et varié au sujet de la figure de la Terre³¹. Donnons une vue rapide de la chronologie de ces ensembles.

A propos du mouvement (on dit souvent « l'écoulement ») des fluides, D'Alembert expose, dans une première phase, c'est-à-dire dans le *Traité des fluides* (1744), sous l'hypothèse de D. Bernoulli du parallélisme des tranches, comment on peut appliquer aux

²⁸ On notera également que D'Alembert, pourtant si pointilleux sur ces priorités, ne semble pas réclamer certains aspects qu'on lui reconnaît aujourd'hui : v. I-7, p. lxxxiii.

²⁹ V. J. Viard, « Le principe de D'Alembert ... ».

³⁰ Les apports ultérieurs de D'Alembert à la mécanique céleste sont en cours d'étude dans l'édition des O.C. et les explications se trouveront dans les vol. I-9 et I-10 (*Recherches sur le système du monde*), III-2 et III-5 (*Opuscules*, t. II et V), ainsi qu'au III-9 dans la publication commentée du § XIX du tome IX des *Opuscules*.

³¹ Comme on l'a dit plus haut à plusieurs reprises, nous sommes aidés par l'auteur, puisque, pour des raisons contingentes, à l'extrême fin de sa vie, celui-ci a dressé dans le tome inédit des *Opuscules* la liste de ses revendications : § XIX pour la figure de la Terre et § XL-2, inachevé, pour le mouvement des fluides. Ces petits textes très denses ont été analysés, nous renvoyons aux études correspondantes : Nesme S., « D'Alembert et la figure de la Terre » et A. Coste, M. Massot, « La notion de fluide ».

fluides son principe de dynamique et déterminer le mouvement en démontrant (et non en admettant) le principe de conservation des forces vives. Le second temps, c'est la phase analytique débarrassée de l'hypothèse précédente et dont nous avons abondamment parlé en mentionnant les examens et interprétations de Truesdell, donc l'*Essai sur la résistance des fluides* (1749, 1752) et le Mémoire du tome I des *Opuscules* (1761). Mais il y a une troisième phase, régulièrement ignorée et que nous allons évoquer plus bas : ce sont les tentatives de réponse à la crise de l'hydrodynamique à partir de la fin des années soixante.

En ce qui concerne, maintenant, les vents, les marées et l'équilibre d'un fluide en rotation, D'Alembert publie les *Recherches sur la cause des vents* (1746, 1747), un chapitre des *Recherches sur la précession des équinoxes* (1749), une partie des *Recherches sur le système du monde* (1754-1756), de nombreux mémoires des *Opuscules* (en particulier la majeure partie du tome VI, 1773) : en tout un millier de pages ! Même si les arguments de Lalande, à propos des hypothèses d'école de D'Alembert, ne sont pas tous faux, on doit reconnaître le nombre des apports de l'encyclopédiste.

Nous dégagerons en particulier pour tout cet ensemble les points suivants :

- la démonstration du principe de conservation des forces vives à partir de son principe de la dynamique (ce qui se trouve déjà partiellement dans le *Traité de Dynamique*)
- l'introduction des équations aux dérivées partielles pour la mise en équation générale du mouvement des fluides,
- l'introduction de la variable temps dans l'approximation des trajectoires de courant par l'hypothèse du parallélisme des tranches,
- l'énoncé et l'étude du paradoxe de D'Alembert,
- la distinction phase stationnaire / phase transitoire en hydrodynamique,
- des essais de calcul de l'attraction des corps qui ne sont pas ellipsoïdes de révolution (ellipsoïdes à trois axes inégaux, et corps quelconques mais voisins de la sphère), en se demandant explicitement si ces corps sont des figures d'équilibre,
- le calcul du mode propre d'oscillation elliptique de l'atmosphère.

Nous voudrions insister ici sur un point important passé inaperçu dans les recherches historiques relatives à D'Alembert et mis au jour récemment³², à savoir la crise de l'hydrodynamique. Le « pessimisme » de D'Alembert concernant la difficulté de résoudre analytiquement les problèmes sur les fluides a contribué à fomenter cette crise ; les expériences de Bossut, Borda, Thévenard, Marguerie, etc. et le mémoire théorique de Borda de 1766 l'ont explicitement déclenchée, si besoin était, tant elle nous paraît aujourd'hui inévitable. Dit brutalement, on a de jolies équations, mais 1) on ne sait pas les résoudre, 2) les observations contredisent une grande partie de la théorie, 3) on est dans le flou total sur la nature physique des fluides. Divers auteurs de la fin du XVIIIe siècle l'ont bien explicité, tel Duval-Leroy dans ses remarquables articles de l'*Encyclopédie méthodique. Marine*. Les réponses que les deux siècles suivants y ont apportées, comme l'élucidation des « conditions aux limites », la prise en compte de la viscosité dans les équations, la théorie des sillages, puis toutes les méthodes très contemporaines pour obtenir des approximations efficaces des équations aux dérivées partielles, nous font toucher du doigt la montagne qui se dressait devant ces savants des années 1770 et qu'ils ne pouvaient évidemment franchir. Les subtilités des interactions entre les progrès physiques et les progrès mathématiques dans les sciences physico-mathématiques réservaient des surprises. Tout est lié, mais tout ne marche pas au même rythme chez un même auteur ou à une même époque, la conception physique et mathématique d'une mécanique des milieux continus pour les fluides, en germe dans le travail de D'Alembert, ne pouvait être que brouillonne (et cela d'autant plus que l'état de son stress vis-à-vis d'Euler l'empêchait visiblement de profiter des avancées de ce dernier !). Malgré

³² V. en bibliographie les études d'A. Coste et M. Massot, ainsi que d'A. Guilbaud.

cela, D'Alembert, dès la fin des années soixante et surtout le début des années septante, propose une nouvelle théorie, dont les grands traits sont esquissés dans le tome VI de *Opuscules* (1773) au Mémoire 51 § IV, puis développés sur près de deux-cents pages dans le tome VIII (1780) au Mémoire 57, ce qui constitue un vrai « troisième traité » sur les fluides. Si l'auteur ne comble toujours pas sa lacune sur le gradient de pression, en revanche il introduit ce que nous appellerions des trajectoires quasi-stationnaires et il est parfaitement lucide sur l'importance de sa découverte, comme il le dit lui-même à un endroit bien caché de l'Appendice du t. VI des *Opuscules*, au titre peu évocateur : « Addition pour le LI. Mémoire, §. IV, art. 23, page 390. », p. 440-441 et que nous reproduisons ci-dessous :

« Cette maniere de considérer les particules du fluide comme se mouvant, non-seulement dans des tuyaux différens & très-petits, (ainsi que je l'ai supposé le premier, Tome I Opusc. p. 157 [lire : Mémoire 4]) mais ce qui n'est pas moins essentiel, & que personne n'a fait encore, dans des tuyaux infiniment petits qui changent d'un instant à l'autre, peut donner, comme l'on voit, un résultat très-différent de celui qu'on auroit en supposant que ces tuyaux demeurent les mêmes pendant deux instans consécutifs. [...] »

L'auteur flirte d'ailleurs dans la suite de ce petit appendice avec la difficulté liée au gradient de pression, mais ne parvient pas à la surmonter³³.

Optique

Terminons cette revue des sciences physico-mathématiques par l'optique. 1000 pages ! Et pourtant D'Alembert a un peu disparu des histoires de l'optique, mais il est davantage évoqué dans celles des instruments scientifiques. Nous aborderons dans le paragraphe suivant les quelques mémoires de « doutes et objections » (concernant essentiellement la vision) et nous parlerons ici des neuf dixièmes restants de ses interventions, lesquelles sont relatives aux lunettes achromatiques et présentent des résultats « positifs ». Dans le tome IX des *Opuscules*, l'auteur a rappelé ses revendications sur les lunettes achromatiques (§ XIX). Une recension de ses recherches sur ce sujet fait apparaître des solutions plus complètes que celles de ses prédécesseurs (prenant en compte les aberrations de sphéricité et de réfrangibilité) pour les combinaisons de deux lentilles, puis les étendant aux combinaisons de trois lentilles. Ses mémoires comportent beaucoup de calculs (élémentaires), mais aucune innovation particulière sur les intégrales et les équations différentielles. Sont-ils passés inaperçus ? Non, les *Opuscules* ont bénéficié d'une diffusion non négligeable ; en outre, divers mémoires ont été publiés dans les recueils de l'Académie des sciences et évoqués dans les journaux ; ils ont été recensés et décrits assez longuement par Duval-Leroy en complément à la traduction française de l'*Optique* de Smith.

D'Alembert n'arrive que dans la seconde vague de ceux qui ont travaillé sur l'achromatisme (après 1764), bien après Dollond, Euler, Klingenstierna et même Clairaut, donc après « l'effet de surprise » provoqué par la démonstration pratique et théorique de l'existence, niée par Newton, de lunettes achromatiques. Il fait preuve d'une grande volonté de précision, ses formules sont longues et peu maniables, même pour deux lentilles. Il n'est guère lié aux constructeurs d'instruments (contrairement à Clairaut) et, même si quelques échantillons ont pu, semble-t-il, être faits à Berlin à partir de ses propositions, l'auteur reconnaît lui-même, à quelques mois de sa mort, dans le § XXXII de son tome inédit des *Opuscules* qu'il « invite » les constructeurs à fabriquer des lunettes conformes à ses théories. Il ne s'agit pas vraiment ici de mépris envers les « artistes » ni d'utilisation de données hypothétiques erronées pour les indices de réfraction, mais plutôt d'un manque de liens avec les praticiens. Toutefois, les constructeurs d'instruments se sont intéressés jusqu'au XXe

³³ Tout ceci est précisé dans la thèse d'A. Guilbaud, ainsi que le lien avec la « loi de continuité ». Attendons la soutenance, sans dévoiler trop vite ces secrets.

siècle à cette remarque importante de D'Alembert : l'aberration sphérique n'est pas la même pour les différentes couleurs, donc si elle est supprimée pour l'une, elle ne l'est pas exactement pour les autres ; l'auteur a donné une condition, dite « de D'Alembert », servant à déterminer la forme d'un objectif mince pour lequel l'aberration de sphéricité est annulée pour deux couleurs différentes et, par suite, faible pour toutes les autres. L'étude systématique et bénédictine des contributions de D'Alembert à l'optique étant en cours, on ne peut préjuger exagérément des conclusions qui en résulteront, tant sur l'examen des textes théoriques que de leurs utilisations éventuelles par les praticiens³⁴.

3) *Perversions des doutes et objections*

Quand on demande à un spécialiste actuel de D'Alembert s'il y a une spécificité, une saveur particulière qui traverse les interventions de cet auteur, il répond invariablement : son esprit critique (et de critique).

On ne peut manquer d'être frappé par le contraste, chez ce savant, entre son agressivité sur ses priorités et sa modestie dans nombre de ses affirmations sur toutes sortes de questions scientifiques. Est-ce seulement par esprit de chicane, de vengeance, par volonté de se singulariser, par goût du paradoxe et de la provocation ? Pourquoi cet « esprit critique (et de critique) » prend-il une telle intensité ? Cela touche-t-il essentiellement aux rapports entre mathématiques et physique, voire à la métaphysique, ou aussi aux mathématiques pures ? Bien entendu, on peut et doit apporter à ces questions un certain nombre de réponses psychologiques, sociologiques ou institutionnelles : on en trouvera de nombreuses, très documentées et fouillées, dans les derniers ouvrages d'E. Badinter, auxquels nous renvoyons, nous contentant ici des aspects plus strictement scientifiques.

Avant de dresser un pré-inventaire des doutes et objections pour tenter d'en dégager le « nouveau », nous devons procéder à quelques rappels du contexte.

Mise en contexte

Bien sûr, après les *Principia*, utiliser les mathématiques pour traiter les questions de mécanique, d'astronomie, d'optique, n'est pas nouveau : les Bernoulli, Euler, Clairaut ne cessent de procéder ainsi. Prendre des précautions, insister sur toutes sortes de restrictions dans l'application de la géométrie et de l'algèbre à une bonne partie de la "physique", non plus : c'est ce que font tous les savants un peu lucides et scrupuleux ! Chacun a conscience, avec plus ou moins de vivacité, qu'il existe des écarts entre les petits modèles construits et les réalités physiques elles-mêmes, qu'on peut introduire des solutions parasites par la mise en équations. Chacun se rend compte que les moyens d'observation ne sont pas à la hauteur pour trancher sur la pertinence des systèmes de particules très petites, et de leurs interactions, supposées être à la base de phénomènes comme le mouvement des fluides, les frottements, etc.

En outre, les interrogations et les débats sur la cohérence et la rigueur des nouvelles mathématiques, c'est-à-dire du calcul différentiel et intégral, font également partie du paysage, notamment à partir du brûlot de Berkeley contre l'analyse infinitésimale (*The Analyst*, 1734) et de la réponse de Maclaurin (*The Treatise of Fluxions*, 1742)³⁵.

Le "savoir attendre et douter" de D'Alembert n'est donc pas nouveau en tant que tel, mais il est plus explicite, systématique, il arrive à point à cette époque parce que cela n'aurait guère eu de sens avant Newton et que, plus tard, c'est une exigence permanente. Mais

³⁴ Sur toutes ces questions, on consultera en particulier les présentations et notes de F. Ferlin et A. Mayrargue dans l'édition en cours des *Opuscules*, t. I, III, IV et IX.

³⁵ V. la thèse d'O. Bruneau.

D'Alembert n'est pas seulement l'homme d'un moment, il a aussi un sel particulier. S'il n'a pas toujours la puissance technique d'un Euler, il pose des questions, il met très souvent le doigt sur des points délicats, sur de vraies difficultés, que les auteurs de son temps, même les plus grands, même Euler et Lagrange, ignorent, contournent, lissent, cachent ou éludent. Cependant, presque toujours, il ne se contente pas de détruire, il suggère (certes sans aller au bout) des pistes destinées à surmonter la crise et, quand on y regarde bien, en général, ces pistes (certes modifiées, et avec d'autres moyens, souvent sans connaissance explicite des réflexions de notre encyclopédiste) ont été empruntées de nombreuses décennies plus tard avec fécondité et succès.

Essai d'inventaire des doutes

Donnons maintenant un aperçu des doutes de D'Alembert dans les sciences physico-mathématiques, puis dans les mathématiques elles-mêmes.

Chez l'auteur, ces préoccupations apparaissent dès le début de son oeuvre. Bien entendu, c'est surtout à partir de quelques articles célèbres de l'*Encyclopédie* (notamment « croix ou pile »), puis des *Opuscules mathématiques* (les Mémoires 9 et 10, respectivement sur l'optique et les probabilités), que le géomètre inaugure ce genre systématique qu'il ne quittera plus ; mais comme nous le verrons, cet état d'esprit était en germe bien avant.

Parmi les doutes les plus explicites de D'Alembert figurent ceux concernant l'*optique*. L'auteur s'est peu prononcé sur la nature de la lumière, il est resté prudent, même à l'article « émission » de l'*Encyclopédie* où il envisage quelques modèles. En revanche, il discute les théories de la vision, il s'y livre à des calculs d'optique géométrique (car l'oeil est aussi une succession de lentilles d'indices différents) afin de chercher à déterminer en particulier les lieux et grandeurs apparents des objets, et il constate que ça ne coïncide pas avec les observations. Ceci est la trame du Mémoire 9 dans le t. I des *Opuscules* (1761), mais ces doutes transparaissent aussi à d'autres endroits. Rétrospectivement, on comprend bien aujourd'hui que les angoisses de ce pressentiment « anticipateur » de D'Alembert sont liées de près à l'impossibilité alors de prendre en compte divers aspects physiologiques, voire neurologiques des phénomènes de la vision. Soulignons toutefois que, là encore, l'auteur de se contenter pas de mettre en évidence les défauts et incapacités de la théorie, il apporte quelques résultats partiels, notamment sur ce qu'est vraiment pour la vision le parallélisme des allées d'arbres, et suggère plusieurs pistes de recherche.

L'appréciation des doutes et questions de D'Alembert sur les *probabilités* constitue un des revirements les plus spectaculaires de l'historiographie. On a vu plus haut que, sauf Condorcet, et dans une moindre mesure Laplace ou Poisson, les savants et historiens des sciences ont oscillé, à ce propos, entre la prudence de jugement très distante et l'accablement pur et simple ; les seules grâces qu'on ait accordées à l'encyclopédiste jusqu'aux années 1970 concernaient sa critique du caractère trop sommaire des calculs de Daniel Bernoulli sur l'inoculation que l'auteur bâlois ne conduisait qu'en fonction des intérêts de l'Etat. Depuis lors³⁶, on insiste au contraire sur le fait que D'Alembert a soulevé des lièvres, qu'il a indiqué

³⁶ Ce changement d'attitude (qui n'est d'ailleurs pas universel chez tous les historiens) ne doit pas être daté de façon univoque, il est d'ailleurs lié à celui concernant la « mathématique sociale » de Condorcet, et qui prend son essor à partir des années 1950 ; mais c'est essentiellement dans la décennie 1980 qu'il se développe, même si l'article de Yamazaki de 1971 est considéré par certains comme ayant donné le signal de départ. On consultera notamment à cet égard les travaux de L. Daston, de M. Paty, de B. Bru et les contributions aux volumes collectifs *Jean d'Alembert ... et Dix-Huitième Siècle* 16. Profitons de cette note furtive pour signaler qu'on trouvera dans ces recueils, ainsi que dans *Recherches sur Diderot et sur l'Encyclopédie* 21 et 38, et dans

des points aveugles des théories usuelles et surtout des conditions d'application du calcul (mais en général sans vraiment donner de solutions alternatives). Alors qu'on faisait démarrer habituellement cette ère des doutes avec l'article « croix ou pile » de l'*Encyclopédie* (t. IV, 1754), E. Brian a montré que les germes en étaient antérieurs chez l'auteur³⁷. D'autre part, dans leurs thèses d'économie, J.N. Rieucan, de façon générale, et P.C. Pradier, à propos de la théorie du risque, ont montré la fécondité des remarques probabilistes de D'Alembert pour les théories économiques. Ces études sont maintenant devenues assez classiques, nous y renvoyons, en nous contentant de souligner que les doutes de D'Alembert portent notamment, en utilisant les termes d'aujourd'hui, sur les questions suivantes : place de l'indépendance ou de la dépendance tant dans les évaluations probabilistes que dans la statistique mathématique (ce qui débouchera sur les théories de l'estimation et des tests), prise en compte du temps dans les phénomènes liés au hasard, discussion sur les hypothèses d'additivité qui sont à la base de la théorie ordinaire, pertinence ou non de remplacer une variable aléatoire par son espérance mathématique et plus généralement réflexion sur la (ou les) moyenne(s), nécessité implicite de considérer les événements par classes et non dans l'absolu, interrogations sur les conditions concrètes de l'égalité de possibilité des événements élémentaires, etc. D'ailleurs, les recherches récentes sur Condorcet, Laplace ou Cournot, etc.³⁸ ont, dans le même état d'esprit, montré à quel point ces grands auteurs probabilistes ont pris au sérieux les doutes de D'Alembert et ont consacré une grande partie de leur oeuvre à tenter des constructions qui y répondent. Condorcet, en particulier, a construit l'ensemble de son oeuvre probabiliste sur la volonté de surmonter les obstacles mis en avant par son maître, auquel il a seulement reproché de peut-être « trop resserrer le champ où l'esprit humain peut s'exercer »³⁹.

Disons maintenant quelques mots des doutes de notre savant en matière de *mécanique* générale, céleste, des solides, des fluides. En faire un inventaire complet ne serait pas une tâche aisée, tant ils sont éparpillés, mais voici quelques exemples. Nous en avons indirectement dit quelque chose à propos des fluides : c'est typiquement le cas du fameux « paradoxe de D'Alembert » en hydrodynamique. Mais il y en a bien d'autres, par exemple sur les chocs et l'élasticité : l'auteur les éparpille dans le *Traité de dynamique*, dans plusieurs articles de l'*Encyclopédie*, mais il y revient dans divers mémoires des *Opuscules*⁴⁰. Il insiste sur le fait que nous ne connaissons pas les mécanismes de ce qui se passe pendant le choc : la surface de contact et son évolution dans le temps, les mouvements intestins, ce que nous appellerions les bilans énergétiques, etc. et il propose divers modèles, tout en reconnaissant leurs caractères partiellement arbitraires. Ailleurs, il ose même révéler la fragilité de la statique, discipline considérée comme rigoureusement fondée depuis Archimède : au t. VIII des *Opuscules* (1780), dans le Mémoire 56 § II, que nous pourrions appeler « le paradoxe des chaises à quatre pieds », il montre que, lorsqu'on cherche à calculer les forces qui s'appliquent en chaque point d'appui d'un corps, les lois de la mécanique conduisent à un problème indéterminé où il y a plus d'inconnues que d'équations (problème hyperstatique). Or, ceci est parfaitement exact et a occupé divers savants des siècles ultérieurs. Nous n'avons fait ici qu'indiquer quelques exemples.

Sciences, musique, Lumières, de nombreuses études originales sur D'Alembert, qui ont imprégné notre article sans pour autant y être explicitement citées.

³⁷ D'ailleurs, D'Alembert dit lui-même dans le t. IV des *Opuscules* (1768), p. 284, qu'il a formé ses doutes « depuis près de trente ans », c'est-à-dire avant même 1740.

³⁸ Renvoyons, parmi les auteurs possibles, à l'édition des oeuvres d'arithmétique politique de Condorcet, ainsi qu'aux travaux de B. Bru et Th. Martin, trop nombreux pour être cités ici.

³⁹ « Eloge de M. d'Alembert », p. 97.

⁴⁰ T. V, Mémoire 36 § I ; t. VII, Mémoire 52 § I ; et surtout dans l'un des plus gros mémoires inédits du t. IX, le § XIV de ce volume.

Les doutes de D'Alembert portent aussi sur les *mathématiques pures*, ils concernent principalement ce qui touche à l'infini et aux nombres dirons-nous « peu naturels » : différents types d'infini, possibilité ou non de retrancher deux quantités infinies, signification des limites, « loi de continuité » et problèmes de discontinuités (avec des sens divers pour ce terme), difficultés liées à l'utilisation de séries divergentes, statuts des quantités négatives et imaginaires qui arrivent au débotté dans les calculs alors qu'elles n'étaient pas au départ du problème ...

Là encore, sans chercher le moins du monde à faire passer D'Alembert pour un mathématicien plus performant qu'Euler ou Lagrange, on doit reconnaître que ces derniers sont moins scrupuleux quand « ça marche » dans les calculs. Ils semblent beaucoup moins tiraillés par ce que nous appellerions la distinction entre les séries formelles et les séries numériques et d'autres interrogations de ce type qui intéressent aujourd'hui la préhistoire des séries de Fourier et de domaines voisins. Bien sûr, on peut penser que l'équilibre entre « science » et « philosophie » dans l'oeuvre de D'Alembert, sa participation à l'*Encyclopédie* où la question des définitions et de leur discussion vient, pourrait-on dire, par nécessité, de l'extérieur même de l'auteur, y sont pour quelque chose. Mais ces explications restent insuffisantes, il est probable qu'il y a aussi plus profondément chez l'auteur une espèce de bouillonnement intérieur, une volonté de ne pas se satisfaire de justifications commodes, et que cela nuit souvent à la clarté de son propos : la façon dont D'Alembert, dans les *Opuscules*, à l'occasion de toutes sortes de questions, écrit d'abord un mémoire, puis un supplément, puis des notes, puis des appendices, n'est pas seulement le fruit d'une paresse rédactionnelle et de sa désinvolture, c'est aussi son mode de recherche, sa curiosité insatiable et forcément sans fin.

Doutes transversaux

Autre point qu'il faut mettre en avant dans la catégorie "doutes et objections" : le fait que D'Alembert soit conscient certes à regrets que chaque approche, dirait-on « disciplinaire », y compris entre les différentes branches mathématiques pures, a ses limites. L'analyse n'explique pas la cessation des vibrations..., la physique de D. Bernoulli évacue certaines solutions. Et en même temps l'auteur lutte contre les imperfections de son Analyse en tentant d'ajuster son équation aux dérivées partielles (incluant des résistances diverses...), on peut y voir les prémices de la théorie du contrôle (stabilisation interne). De même, les doutes sur le principe de proportionnalité des causes aux effets est transversal, on le retrouve chez lui tant dans les probabilités qu'en mécanique, dans ses critiques de la loi « $f = m \gamma$ » (*Opuscules*, t. VI, Mémoire 51 § III), ou dans les réflexions sur les divers modèles d'élasticité (t. IX, Mémoire 59 § XIV, etc.). Quant aux réflexions sur la loi de continuité, on en retrouve des passages tant à propos des cordes vibrantes que des fluides, de l'attraction ou de questions de mathématiques pures⁴¹.

L'avenir des doutes

Nous, qui avons vu une partie de la suite du film, devons enfin noter qu'aucun de ces doutes n'a été résolu simplement, « comme ça », au XIXe siècle, voire au XXe. Le paradoxe de D'Alembert, l'introduction du temps dans les probabilités, la théorie mathématique du risque, la nature des frottements ... ont vu renoncer, puis tâtonner, des générations de

⁴¹ V. l'article d'A. Guilhaud et G. Jouve.

mathématiciens, avant que des solutions assez satisfaisantes (souvent encore incomplètes aujourd'hui) ne soient dégagées⁴².

Pour développer des théories surmontant ces difficultés, il est clair qu'il faut de nouvelles générations, avec des idées neuves, des audaces, un recul par rapport à l'enseignement suivi et à la culture ambiante. Un peu anachroniquement et rétrospectivement, un obstacle rencontré par D'Alembert pour triompher de ses doutes réside dans l'absence de notion de « structure », voire de théorie des ensembles (sic) ou simplement d'essai de synthèse autour d'une notion, d'un problème. Il utilise les nombres négatifs et les discute, mais ne les conçoit pas comme un ensemble et encore moins comme un anneau « Z » ; il montre à peu près que les nombres complexes forment un corps algébriquement clos, mais sans vraiment la structure de corps ni même l'évocation de ce que nous appellerions « C » ; il montre dans ses derniers écrits que pour les équations aux dérivées partielles, on doit utiliser des fonctions éventuellement raccordées à condition que ce soit « sans saut de courbure », mais il n'introduit pas de notion comme des « classes de fonctions » C^k ; il ressent en mécanique la nécessité de « vecteurs », voire de « champs de vecteurs », mais rien ne ressemble à des espaces vectoriels ni à des champs de vecteurs un peu formalisés ; il développe des considérations importantes sur l'utilisation des séries convergentes et divergentes, mais (contrairement à ce qu'on croit en général) il n'introduit pas de théorie des « critères de convergence des séries » ; il montre comment utiliser ce que nous appelons les « valeurs propres » pour résoudre les systèmes d'équations différentielles, mais ne dégage ni théorie autonome, ni terme pour cela. Voici un autre exemple : dans l'appendice du Mémoire 56 § I (*Opuscules*, t. VIII, 1780), après avoir étudié les inversions de dérivations partielles pour les fonctions de plusieurs variables, il déplore que les livres élémentaires se contentent, pour la multiplication usuelle, de démontrer que $ab=ba$ et admettent sans preuve qu'on puisse effectuer un produit de plusieurs nombres dans n'importe quel ordre, puis il en donne une justification que tout mathématicien d'aujourd'hui considérerait comme une variation autour des notions de commutativité et d'associativité ... La réflexion sur l'interaction entre les différentes branches des mathématiques (géométrie, algèbre, analyse – dirions-nous) est plus « sentie et vécue » qu'explicitée.

Conclusion

Crédits individuels

En matière de « crédits » accordés à un mathématicien, la leçon de deux siècles et demi nous invite à la prudence et à la modestie : la science n'emprunte pas un cheminement linéaire ni même « totalement ordonné », chaque époque « sur-valorise » ses propres préoccupations, ne se rend pas compte de ses renoncements tacites et juge souvent les savants passés à l'aune de cela. Il faut se pénétrer mieux du fait que les processus scientifiques fourmillent de bifurcations, de pistes de recherches inabouties mais qui ne sont pas nécessairement vouées à rester indéfiniment des impasses : quand les capacités d'observation et d'expérimentation se développent, quand les moyens de calcul changent, quand les bases encore fragiles d'une époque sont mieux acquises et qu'une nouvelle génération peut se jucher sur les épaules de la précédente, alors il est bon de faire l'inventaire des suggestions apparemment sans lendemain des décennies passées.

Néanmoins, sans croire que notre jugement actuel est celui de l'éternité, on peut avancer plusieurs acquis des recherches historiques récentes sur la « nouveauté » de D'Alembert.

⁴² V. P. Crépel, « Les dernières perfidies », où est esquissée une présentation générale du tome IX inédit des *Opuscules*.

Ainsi donc, il nous semble qu'à ce que tout le monde lui reconnaît (et que Condorcet soulignait déjà dans la *Lettre d'un théologien*), à savoir un grand principe de dynamique, et surtout la capacité à l'appliquer, l'invention des équations aux dérivées partielles et la résolution du problème des cordes vibrantes et de la précession des équinoxes, on doit ajouter en particulier les points suivants.

En mathématiques pures, il convient de réévaluer la contribution de D'Alembert au calcul intégral : elle apparaît beaucoup plus systématique et diversifiée qu'on ne le pensait, même si elle est trop éparpillée et mal rédigée, même s'il n'a pas écrit de traité.

Pour les fluides, dont le problème de la figure de la Terre et les marées atmosphériques, non seulement il faut dépasser l'injustice d'Euler et reconnaître mieux le rôle pionnier de D'Alembert, malgré ses lacunes, mais surtout on doit mettre en avant la nouveauté des écrits tardifs que les savants et les historiens avaient presque tous renoncé à lire.

De façon plus globale et transversale, il est important de souligner la fécondité des très nombreux doutes et objections sur toutes sortes de sujets : on assiste, à cet égard, dans ce second XVIII^e siècle, à un mélange étonnant d'audaces et de crises de pessimismes, de perspicacité à pointer les questions délicates, et quelquefois de pragmatisme à identifier ce qui est accessible et à le résoudre.

Crédits collectifs

Jusqu'ici, nous avons essentiellement abordé l'évaluation individuelle de l'auteur, mais comment évaluer la contribution « collective » aux sciences de quelqu'un qui n'a (pratiquement) pas de disciples ? D'Alembert n'a jamais enseigné et les deux seuls savants français de la génération ultérieure qu'on puisse considérer comme vraiment des amis sont Bossut et Condorcet. Des mathématiciens tels que Bézout, Cousin, Laplace, etc., même s'ils en ont été relativement proches à leurs débuts, ont plus ou moins rapidement préféré leur indépendance⁴³.

Par exemple, D'Alembert sert de détonateur pour Lagrange, ce dernier a souvent innové en partant des mémoires un peu abscons de son ami, mais en les comprenant à *sa façon* ... Ainsi donc la *Mécanique analytique* de Lagrange, mais aussi la *Mécanique céleste* de Laplace ou la « Mathématique sociale » de Condorcet, doivent-elles plus qu'on ne croit à D'Alembert. Ce qu'il y a de nouveau chez D'Alembert, c'est donc aussi ... *ce qui ne s'y trouve pas vraiment* !

Mais qu'en est-il des voies de communication de D'Alembert avec les générations futures ? Ce géomètre presque sans disciple, qui rédigeait le plus fréquemment fort mal, a-t-il été lu ? Ses idées originales, mais un peu cachées, ont-elles eu un impact direct sur d'autres que ses quelques proches ou seulement l'effet d'exciter la curiosité bien tardive d'historiens des sciences ? L'enquête est loin d'être terminée sur ce point et nous nous contenterons ici d'une réponse dite de normand. D'Alembert n'a rien d'un isolé, il est lu, même à l'étranger, il est assidu aux séances de l'Académie, il participe toute sa vie à des rencontres informelles (dans les salons, chez les libraires, autour de l'*Encyclopédie*, avec des amis), il fait recruter des jeunes scientifiques tant à Paris qu'à Berlin, il juge des prix et imprime sa marque à toute une génération ; ses quelques disciples et les disciples des disciples, comme Lacroix, rédigent des traités bien faits, lesquels permettent une certaine diffusion de ses idées, même s'il ne s'agit pas toujours des plus avant-gardistes. Et puis, au XIX^e siècle, la lecture de D'Alembert n'est pas totalement abandonnée par les scientifiques, comme le montrent divers exemples tels ceux de Prony, Cournot, Barré de Saint-Venant, Tisserand. Reste que seule une étude systématique permettra de mesurer sa postérité réelle.

⁴³ Sur ces questions, voir tout spécialement la thèse de L. Alfonsi et les travaux d'A. Coste.

Il est temps de conclure pour de bon : lisez Condorcet.

Bibliographie

D'Alembert

Oeuvres Complètes, Paris, CNRS-Editions, en cours : volumes parus ou en voie d'être imprimés :

I-6, *Premiers textes de mécanique céleste (1747-1749)*, éd. M. Chapront-Touzé, 2002

I-7, *Précession et nutation*, éd. M. Chapront-Touzé, J. Souchay, sous presse

I-4, *Calcul intégral*, éd. C. Gilain

III-1, *Opuscles mathématiques*, t. I, éd. P. Crépel et al.

III-2, *Opuscles mathématiques*, t. II, éd. M. Chapront-Touzé, J.N. Rieucan et al.

III-4, *Opuscles mathématiques*, t. IV, éd. G. Jouve et al.

III-8, *Opuscles mathématiques*, t. VIII, éd. A. Guilbaud et al.

V-1, *Inventaire de la correspondance générale*, éd. A.M. Chouillet, I. Passeron, J.D.

Candaux

Recueils d'oeuvres, éditions anciennes (littéraires seulement)

1805, *Oeuvres philosophiques, historiques et littéraires de d'Alembert*, Paris, Bastien, 18 vol.

1821-22, *Oeuvres de D'Alembert*, Paris, Belin, 5 vol.

1853, *Oeuvres de D'Alembert*, Paris, Eugène Didier

Ouvrages originaux (titres abrégés, éditeurs omis)

Traité de dynamique, 1743 (2^e éd. 1758)

Traité des fluides, 1744 (2^e éd. 1770)

Réflexions sur la cause générale des vents, 1746, 1747

Recherches sur la précession des équinoxes, 1749

Essai sur la résistance des fluides, 1749, 1752

Recherches sur le système du monde, 3 vol., 1754-1756

Opuscles mathématiques, 8 vol. parus, 1761-1780

Mélanges d'histoire, de littérature et de philosophie, 5 vol. dans l'éd. de 1759-1767

Les titres complets des ouvrages et les références des mémoires ne sont pas précisés ici, le lecteur se reportera aux études thématiques citées dans la littérature secondaire et au site de l'édition des *Œuvres Complètes* :

<http://dalembert.univ-lyon1.fr>

Sources primaires

Bailly J.S., *Histoire de l'astronomie moderne*, t. III, Paris, de Bure, 1785

Bicquille C.F., *La Croisade*, Lyon, Aléas, 1998

Bossut C., « Discours préliminaire », dans *Encyclopédie méthodique. Mathématiques*, t. I, Paris, Panckoucke, 1784

Bossut C., *Essai d'une histoire générale des mathématiques*, Paris, 1802

Bougainville L.A., *Traité du calcul intégral pour faire suite à l'Analyse des infiniment petits de Mr le Marquis de l'Hopital*, 2 vol., Paris, 1754-1756

Charles (dit « le Géomètre »), art. « Théorie », *Encyclopédie méthodique. Mathématiques*, t. III, 1789, p. 127-129

[Condorcet], *Lettre d'un théologien à l'auteur du Dictionnaire des trois siècles*, Paris, 1774. Cité d'après Condorcet, *Oeuvres*, Paris, Firmin-Didot, t. V, 1847, p. 273-341

Condorcet, « Eloge de M. D'Alembert », *Histoire de l'Académie royale des sciences*, pour 1783 (1786), p. 76-120

Condorcet, *Arithmétique politique. Textes rares ou inédits, 1767-1789*, Paris, INED, 1994

Condorcet, *Tableau historique des progrès de l'esprit humain. Projets, Esquisse, Fragments et Notes, 1772-1794*, Paris, INED, 2004

Encyclopédie méthodique. Marine, Paris, Panckoucke, 3 vol., 1784-1787

Fontaine A., *Mémoires donnés à l'Académie royale des sciences, non imprimés dans leur temps*, Paris, Imprimerie royale, 1764

Fuss P.H., *Correspondance mathématique et physique de quelques géomètres célèbres du XVIIIe siècle*, Saint-Pétersbourg, t. I-II, 1863

Lacroix S.F., *Traité élémentaire du calcul des probabilités*, Paris, Courcier, 1816

Lacroix S.F., *Traité du calcul différentiel et du calcul intégral (...)*, 3 vol., Paris, Duprat, 1797-1800

Lagrange, *Œuvres*, t. XIII : Correspondance entre Lagrange et D'Alembert, Paris, Gauthier-Villars, 1882

Montucla J.E., *Histoire des mathématiques*, t. III et IV, Paris, Agasse, an X (mai 1802), éd. complétée par Lalande

Sabatier de Castres abbé, *Les trois siècles de la littérature françoise*, Paris, 2^e éd., 1773. Cité d'après la 6^e éd., Paris, 1801

Smith R., *Traité d'Optique*, trad. de l'anglais par Duval-Leroy, Brest, Malassis, 1^e éd., 1767 ; 2^e éd. avec Supplément, 1800

Littérature secondaire

Alfonsi L., *Etienne Bézout (1730-1783), mathématicien, académicien et professeur au siècle des Lumières*, Thèse, Université Paris 6, 2005

Badinter E., *Les passions intellectuelles*, Paris, Fayard : t. I (*Désirs de gloire, 1736-1751*), 1999 ; t II (*Exigence de dignité, 1751-1765*), 2002

Barré de Saint-Venant A., *Résistance des fluides : Considérations historiques, physiques et pratiques relatives au problème de l'action dynamique mutuelle d'un fluide et d'un solide, spécialement dans l'état de permanence supposé acquis par leurs mouvements*, Paris, Mémoire de l'Institut de France, 1886

Bertrand J., *D'Alembert*, Paris, Hachette, 1889

Bertrand J., *Calcul des probabilités*, 2^e éd., Paris, Gauthier-Villars, 1907

Brian, E., « L'objet du doute. Les articles de D'Alembert sur l'analyse des hasards dans les quatre premiers tomes de l'*Encyclopédie* », *Recherches sur Diderot et sur l'Encyclopédie*, 21, octobre 1996, p. 163-178

Bru B., « Des fraises et des oranges », dans U. Köllving et I. Passeron (dir.), *Sciences, musique, Lumières*, p. 3-10

Bruneau O., *Pour une biographie intellectuelle de Colin Maclaurin (1698-1746) : ou l'obstination mathématicienne d'un newtonien*, Thèse, Université de Nantes, 2005

Chasles M., *Aperçu historique sur l'origine et le développement des méthodes en géométrie*, Bruxelles, Hayez, 1837

Chêne J., *Le son dans les Opuscules de D'Alembert*, Mémoire de DEA « Construction des savoirs scientifiques », Université Lyon 1, 2004

- Colloque Fontaine*, Cuiseaux (Saône-et-Loire), 3-4 septembre 2004, non publié.
Inventaire de ses manuscrits mathématiques (ronéoté)
- Coste A., Crépel P., « Comment imaginer un mathématicien du XVIIIe siècle ? », *Matapli*, 39, juillet 1994, p. 43-49
- Coste A., Massot M., « La notion de fluide chez D'Alembert à la lumière des Opuscles mathématiques et de la correspondance », dans U. Köllving et I. Passeron (dir.), *Sciences, musique, Lumières*, p. 83-91
- Cournot, « D'Alembert », in *Dictionnaire des sciences philosophiques* d'Adolphe Franck, Paris, Hachette, t. I, 1844, p. 55-57
- Crépel P., « Les dernières perfidies de D'Alembert », dans J. Sakarovitch (éd.), *25 ans d'histoire des probabilités. Mélanges offerts à Bernard Bru*, à paraître
- Crépel P., Jouve G., « Peut-on lire du 'vieux' D'Alembert ? », Exposé non publié, ENS Lyon
- Danjon A., Couder A., *Lunettes et télescopes. Théorie – Conditions d'emploi – Description – Réglage*, Paris, 1935. Rééd. Paris, A. Blanchard, 1999
- Daston L., "D'Alembert's critique of probability theory", *Historia Mathematica*, 6, 1979, p. 259-279
- Daston L., *Classical Probability in the Enlightenment*, Princeton University Press, 1988
- Daumas M., *Les instruments scientifiques aux XVIIe et XVIIIe siècles*, Paris, PUF, 1953
- Deponge C., *Doutes sur la vision et relations D'Alembert – Dutour de Salvert*, Mémoire de DEA « Construction des savoirs scientifiques », Université Lyon 1, 2002
- Dhombres J., Radelet de Grave P., « Contingence et nécessité en mécanique. Etude de deux textes inédits de Jean d'Alembert », *Physis*, 1991, p. 35-114
Dix-Huitième Siècle, 16, 1984 (numéro spécial D'Alembert)
- Feller F.X., *Biographie Universelle*, t. I, Paris etc., éditeurs divers, 1847
- Firode A., *La dynamique de d'Alembert*, Montréal/Paris, Bellarmin/Vrin, 2001
- Gilain C., « Sur l'histoire du théorème fondamental de l'algèbre : théorie des équations et calcul intégral », *Archive for History of Exact Sciences*, 42, 1991, p. 91-136
- Gilain C., « D'Alembert et l'intégration des expressions différentielles à une variable », in A. Michel, M. Paty (dir.), *Analyse et dynamique ...*, p. 207-235
- Gilain C., « Mathématiques mixtes et mathématiques pures chez d'Alembert : le cas des systèmes différentiels linéaires », in *Mélanges à la mémoire de A.P. Yushkevich*, à paraître
- Grimberg G., *D'Alembert et les équations aux dérivées partielles en hydrodynamique*, Thèse, Université Paris 7, 1998
- Guilbaud A., *D'Alembert et la conservation des forces vives en hydrodynamique*, Mémoire de DEA « Construction des savoirs scientifiques », Université Lyon 1, 2003
- Guilbaud A., Jouve G., « Le statut de la loi de continuité dans le *Traité de dynamique* et le *Traité des fluides* de D'Alembert », à paraître
- Hankins T., *Jean d'Alembert. Science and the Enlightenment*, Oxford University Press, 1970 ; réimpression, Gordon and Breach, 1990
- Hofer F., *Histoire des mathématiques*, Paris, Hachette, 3^e éd., 1886
- Jean d'Alembert savant et philosophe : Portrait à plusieurs voix*, Paris, Editions des Archives Contemporaines, 1989
- Jouve G., « Les cordes vibrantes du second D'Alembert », *Actes du Congrès de la Société française d'histoire des sciences et des techniques*, Poitiers, 2004
- Kline M., *Mathematical Thought from Ancient to Modern Times*, Oxford University Press, 1972. Rééd. 1990, 3 vol.
- Köllving U., Passeron I., *Sciences, musique, Lumières. Mélanges offerts à Anne-Marie Chouillet*, Ferney-Voltaire, CIEDS, 2002
- Lanson G., *Histoire de la littérature française*, Paris, 1894

- Le Ru V., *Jean Le Rond d'Alembert philosophe*, Paris, Vrin, 1994
- Maheu G., *La vie et l'oeuvre de Jean d'Alembert. Etude bio-bibliographique*, Thèse, EHESS, 3 vol., 1967
- Mansuy R., « Histoires de martingales », *Mathématiques et sciences humaines*, 169, 2005, p. 105-113
- Marie M., *Histoire des sciences mathématiques et physiques*, t. VIII, Paris, Gauthier-Villars, 1886
- Martin Th., *Probabilités et critique philosophique selon Cournot*, Paris, Vrin, 1996
- Matte S., *Autour d'une polémique entre d'Alembert et Euler sur les aberrations optiques dans les années 1760*, Mémoire de DEA « Construction des savoirs scientifiques », Université Lyon 1, 2002
- Michel A., Paty M. (dir.), *Analyse et dynamique. Etudes sur l'œuvre de d'Alembert*, Presses de l'Université Laval (Québec), 2002
- Nesme S., *D'Alembert et la convergence des séries*, Mémoire de DEA « Construction des savoirs scientifiques », Université Lyon 1, 2003
- Nesme S., « D'Alembert et la figure de la Terre », *Actes du Congrès de la Société française d'histoire des sciences et des techniques*, Poitiers, 2004
- Passeron I., « L'invention d'une nouvelle compétence : géomètre au XVIIIe siècle », in A.F. Garçon, L. Hilaire-Perez (dir.), *Les chemins de la nouveauté : innover, inventer, au regard de l'histoire*, Paris, CTHS, 2003, p. 139-152
- Passeron I., « Le mémoire de D'Alembert sur lui-même », *Recherches sur Diderot et sur l'Encyclopédie*, 38, avril 2005, p. 17-31
- Paty M., « La critique par d'Alembert des conditions d'une théorie des probabilités physiques », *Fundamenta Scientiae*, 8, 1987, p. 257-282
- Paty M., « D'Alembert et les probabilités », in R. Rashed (dir.), *Sciences à l'époque de la Révolution française. Recherches historiques*, Paris, A. Blanchard, 1988, p. 203-265
- Paty M., *D'Alembert*, Paris, Les Belles Lettres, 1998
- Pradier P.C., *Concepts et mesures du risque en théorie économique. Essai historique et critique*, Thèse, ENS de Cachan, 1998
- Prony, *Recherches sur le mouvement d'un fluide incompressible et pesant qui s'écoule dans un vase, par un orifice horizontal : avec quelques observations sur la solution que D'Alembert a donnée de ce problème dans son traité des fluides*, Paris, [Ecole des Ponts et chaussées], 1801
- Recherches sur Diderot et sur l'Encyclopédie*, 21, octobre 1996 et 38 (« La formation de D'Alembert »), avril 2005
- Rieucou J.N., *Nature et diffusion du savoir dans la pensée économique de Condorcet*, Thèse, Université de Paris I, 1997
- Tisserand F.F., *Traité de mécanique céleste*, Paris, Gauthier-Villars, 3 vol., 1889-1894
- Todhunter I., *A History of the Mathematical Theory of Probability*, London, Macmillan, 1865
- Todhunter I., *A History of the Mathematical Theories of Attraction and the Figure of the Earth*, London, Macmillan, 1873
- Truesdell C., « The rational mechanics of flexible or elastic bodies (1638-1788) », in Euler, *Opera omnia*, s. II, t. 11-2, Bâle, Birkhäuser, 1960
- Truesdell C., « Rational fluid mechanics, 1687-1765 », in Euler, *Opera omnia*, s. II, t. 12, p. IX-CXXV
- Truesdell C., « Editor's introduction », in Euler, *Opera omnia*, s. II, t. 13, p. IX-CXVIII
- Viard J., « Le principe de D'Alembert et la conservation du 'moment cinétique' d'un système de corps isolés dans le *Traité de dynamique* », *Physis*, XXXIX, 2003, p. 1-40

Yamazaki E., « D'Alembert et Condorcet : Quelques aspects de l'histoire du calcul des probabilités », *Japanese Studies in the History of Science*, 10, 1971, p. 60-93