

## *Préambule*

à l'attention des parents et des enseignants

Aucun livre, aucun ordinateur ne remplaceront jamais une *personne*. Transmettre un savoir ou l'éclairer par une explication, qui fort naturellement, peut nécessiter un en deçà ou un au delà de la question abordée, ne peuvent mieux s'accomplir que par un être vivant.

C'est pourtant en faisant "comme si" la chose était possible que s'est organisée la matière de ce dictionnaire. Nourrie le long de quatre décennies d'enseignement par des milliers de questions, de recherches, de réponses, d'analyses des difficultés rencontrées à tous les niveaux, depuis l'école jusqu'au lycée, elle comporte un certain nombre de choix dont je voudrais m'expliquer ici.

### A Contenu du dictionnaire

Ce *Dico* s'adresse à de grands écoliers, et à de jeunes collégiens. Il se situe donc au cœur des programmes des cursus primaire et secondaires et correspond, en principe, aux savoirs que doivent acquérir les élèves, depuis le CM2 jusqu'à la 4<sup>ème</sup>.

#### Niveaux

De nombreuses notions débordent cependant la 4<sup>ème</sup>, dans la mesure où il est difficile de limiter l'intérêt d'une question à d'exacts « niveaux de signification » ; par exemple, il n'est pas possible d'aborder le théorème de Pythagore sans s'intéresser aux racines carrées, ni la notion de fonction sans en donner une approche permettant de comprendre celles que proposeront les classes ultérieures.

Une même notion ayant ainsi besoin d'être progressivement approfondie de classe en classe, deux « pictogrammes » signalent, de manière souple, pour une entrée donnée, un au-delà du programme de 5<sup>ème</sup> - ↗ -, et de 4<sup>ème</sup> - ↕ -.

Les notions, cependant, dont le niveau est "exigible" pour tous (la division, par exemple) ou qui, autonomes, sont nettement caractérisées par les programmes (cosinus en 4<sup>ème</sup>, racines carrées en 3<sup>ème</sup>), et que n'iront pas chercher ceux qui n'en ont pas besoin, n'ont aucune caractérisation de niveau.

### B Choix des entrées

À part les contenus des programmes, de nombreux sujets sont abordés, pour des questions tant de pédagogie que de culture, qui d'ailleurs sont parfois intimement liées.

#### I Pédagogie

Des caractérisations épistémologiques<sup>1</sup> me sont au cours des années apparues comme particulièrement efficaces. Certaines étant aujourd'hui adoptées par de nombreux enseignants, elles me paraissent proposer un 'supplément de sens' pour certain points-clés des programmes.

#### 1 Il est essentiel de distinguer principalement a dans le domaine numérique

---

<sup>1</sup> « épistémologie », du grec *epistēmē*, « science, connaissance », et *logos*, « discours, traité » : l'épistémologie est l'étude critique de l'origine et de la nature d'un savoir.

- un \*nombre d'un \*nombre-de, comme on peut s'en rendre compte en particulier pour ce qui est du sens des \*opérations ( en particulier de la \*multiplication) et des \*problèmes.
- une \*opération d'un \*calcul
- le domaine du \*discret de celui du \*continu

### b dans le domaine géométrique

- une \*figure d'un \*dessin
- une \*figure d'une \*grandeur ( voir notations, plus bas, §2,c)

### c d'une manière générale

Un objet mathématique d'un objet qui ne l'est pas : d'où la notion d'\*idéalité, qui 'coiffe' des distinctions telles que les précédentes.

## 2 Il est important de disposer d'outils de pensée

### a approches analytiques

Nombre d'entrées sont doubles: ceci parce qu'elles s'éclairent mutuellement d'être

- complémentaires, – arc/corde, égalité/inégalité, cercle/disque -, ● proches mais distinctes, - définition/propriété
- opposées l'une à l'autre : en plus, par exemple, des couples opération/calcul, figure/dessin, on rencontre agrandir/réduire , confondu/distinct, pair/impair, etc..
- dégagées des ressemblances dangereuses qui proviennent de la langue courante : direction/sens.

### b approches synthétiques

Par exemple le concept d'\*unité, comme on peut s'en rendre compte dans tous les articles mettant en jeu du calcul ( littéral en particulier), ou celui d'\*équidistance.

### c notations cohérentes

Distinguer une figure d'une grandeur est essentiel à la compréhension des relations qu'entretient la géométrie avec les mesures et calculs.

Comme un certain nombre de notations, nouvelles il y a une vingtaine d'année, sont aujourd'hui assimilées, distinguant par un exemple un segment de sa grandeur, on pourrait imaginer en prolonger la cohérence à d'autres objets : figures, entre crochets<sup>2</sup>, grandeurs sans crochets. Ainsi sont utilisées ici :

Figure	Segment	Secteur angulaire	Arc
	[AB]	[xÔy]	[MN]
Grandeur	longueur du segment [AB] AB	angle du secteur [xÔy] xÔy	longueur de l'arc [MN] MN

## II Culture

On pourrait dire qu'elle s'amorce ou qu'il s'en 'diffuse' naturellement si l'on considère que :

III est souhaitable, pour qui est "en apprentissage" des mathématiques de participer activement et consciemment à l'élaboration d'une façon spécifique de s'y exprimer. Fondée sur la langue courante, elle s'en distingue progressivement de plusieurs façons; c'est

<sup>2</sup> La notation entre crochets d'un secteur angulaire avait été préconisée par l'APMEP ( Association des Professeurs de Mathématiques de l'Enseignement Public) dans son *Dictionnaire* (année 1971, article « secteur »).

l'occasion d'un travail « transversal » sur les deux 'langues', et les associations, rencontres, ou incompatibilités qu'elles mettent en jeu.

**2** Il est tout autant souhaitable pour qui veut "faire des mathématiques" de connaître la fonction d'un \*axiome, la nature d'une \*démonstration, la difficulté qu'eurent certains concepts à émerger, le rôle de la formalisation.

**3** Il serait dommage de "faire des mathématiques" en ne sachant pas qu'elles sont une œuvre humaine, en ignorant l'épaisseur de leur \*histoire.

Ces divers aspects sont évoqués à l'occasion de nombreux articles.

## C Style et vocabulaire

### I Style

Qui dit "apprentissage des mathématiques" ne dit pas forcément style empesé et uniforme. Plusieurs façons de s'exprimer coexistent ici, principalement :

#### 1 Celle de l'explication

Elle tente d'être le plus efficace possible, comportant

- une adresse directe à son destinataire, le plus souvent précédée d'un logo
- d'inévitables 'façons de parler', utilisant images, comparaisons, métaphores, raccourcis, langue familière : elles sont entre guillemets simples, et certaines d'entre elles détaillées plus bas.
- le remplacement de signes par des "mots" : en particulier, des signes d'opération, ou un signe tel que "=", bien souvent 'usés', passent inaperçus ; d'où leur remplacement provisoire par les verbes correspondants.

Le nombre "\*un", souffre également d'usure : on le rencontrera souvent écrit en chiffre *et* mot, ou mot *et* chiffre.

#### 2 Celle des définitions, propriétés, théorèmes

Ce qui est à retenir est évidemment exprimé en "style mathématique", et se détache, sur fond bleu, dans des encadrés.

Certaines précautions traditionnellement exprimées, telles "nombres non nuls", ou "points distincts", dont j'ai constaté que bien souvent elles opacifiaient une définition ou une proposition figurent en note en bas du texte.

#### 3 Celles volontairement diversifiées d'une même explication

**a** Si l'agrément d'un dictionnaire consiste à passer d'un article à l'autre au gré de la nécessité ou de la curiosité, il peut parfois en être un inconvénient ; quand il m'a semblé que le contexte l'exigeait, pour éviter de 'hacher' la lecture d'un article, j'ai réexposé brièvement une notion plus longuement exposée ailleurs.

**b** L'efficacité pédagogique de la répétition n'est plus à démontrer, surtout si elle se fait dans des contextes différents et avec des formulations de ce fait elles aussi légèrement différentes.

## II Vocabulaire

Un certain vocabulaire provisoirement destiné à faire passer des notions pas toujours faciles

s'est constitué auprès des jeunes élèves ; et comporte, principalement :

### 1 à partir de la notion d'\*unité

des unités qui sont des “*paquets* de uns”, et des “*morceaux*<sup>3</sup> du un” :

- obtenues de façon systématique par multiplication ou division du \*un par \*dix, ce sont celles du système \*décimal : exprimées simultanément par leurs nom et écriture propres, (\*dizaine, \*dixième, \*centaine, \*centième, etc.) elles le sont ultérieurement en \*puissances de dix.
- obtenues, par multiplication ou division par n'importe quel nombre, ce sont les unités \*rationnelles (douzaines, douzièmes, vingtaines, septièmes, etc).

### 2 à partir de la distinction entre pratique scolaire du nombre, et celle ultérieure du calcul littéral

**a** Des nombres sont dits être

- ‘en clair’, quand exprimés à partir de l’écriture chiffrée courante, ils sont prêts à intervenir dans les calculs : 37 ; 0,235 ;  $\frac{1}{4}$ , etc.
- ‘opaques’, quand ils sont représentés par des lettres, qu’il s’agisse de \*coefficients, de \*variables, ou d’éléments destinés à travailler le calcul \*littéral :  $2a$ ,  $3b$ ,  $x^2$ , etc.
- non opaques, mais non encore en clair : dans la somme  $37 + 17 \times 15$  le second terme n’est pas encore en clair ; pour que la somme soit calculable, il doit lui-même être calculé, ce qui est possible, les deux facteurs du produit  $17 \times 15$  étant, eux, en clair.

**b** Lors de calculs avec des lettres

l’expression ‘compter ensemble’ est bien souvent utilisée pour sensibiliser à la possibilité ou non de réduire des termes semblables : dans l’expression  $2a + 3b + 5a + 5c$ , on peut, pour \*réduire, ‘compter ensemble’ les  $a$ .

### 3 à partir de la distinction épistémologique entre pratique ‘socialisée’ et ‘savante’

Le mot « ordinaire »

- qualifiant des nombres : ils ne sont ni \*relatifs, ni \*irrationnels
- qualifiant des figures, ou des espaces : ceux qui, nommés ou représentés, sont accessibles aux sens, autrement dit les objets de la géométrie traditionnelle.

## D Statistiques

Le volume de ce *Dico* étant déjà important, et les statistiques constituant un monde à elles seules, celles du collège méritent un dictionnaire autonome.

## E Jeux

On assiste aujourd’hui à une véritable explosion des jeux mathématiques. Des regroupements se font, aussi bien à l’échelle nationale dans de nombreux pays, qu’internationale. En France, on dispose

1 de deux fédérations importantes :

- Fédération Française des Jeux Mathématiques (F.F.J.M.), créée en 1987, à l’initiative de Gilles Cohen entouré d’une poignée de passionnés, avec le lancement du premier Championnat des jeux mathématiques et logiques aujourd’hui international.

---

<sup>3</sup> Il s’agit évidemment de morceaux obtenus en divisant le “un” en “parties égales”.

site Internet : <http://ffjm.cijm.org>

● Un Comité International des Jeux Mathématiques (C.I.J.M.) est créé en 1993. Il fédère 31 associations françaises ou étrangères qui organisent des animations ou des compétitions de mathématiques. Des plus importantes en nombre - dont la FFJM ou le Kangourou - aux plus petites, toutes unissent leurs énergies pour proposer des activités mathématiques « vivantes et créatives ».

En 2000, année mondiale des mathématiques, ce comité organisait à Paris le premier Salon de la Culture et des Jeux mathématiques, salon qui a été reconduit chaque année depuis et dont le succès va sans cesse croissant.

site Internet : <http://www.cijm.org>

**2** de brochures : celles de l'Association des Professeurs de Mathématiques.

site Internet : <http://www.apmep.asso.fr>

**3** d'un magazine "spécialisé"

*Tangente*

site Internet : <http://tangente.poleditions.com>